Leitfaden

der

Arithmetik

nebst

Uebungsbeispielen

von

Adolf Sickenberger
Professor am k. Maximiliansgymnasium in München.

Dritte umgearbeitete Auflage.

München.
Theodor Ackermann
königlicher Hof-Buchhändler.
1885.

Leonhard, Robertus, **de codicibus Tibullianis capita tria.** 65 S. 8°. 1882. Preis 1 ℳ 40 ₰.

Levett, S. E., **English conversations** for the use of young girls. 8°. (1870.) Preis 1 ℳ 50 ₰.

Lüroth, Dr. Jacob, **Grundriss der Mechanik.** 8°. 1881. Preis 1 ℳ 40 ₰.

Mensch, H., **Stufenmässige Anleitung zu Sprech- und Schreibübungen in der englischen Sprache** für Schulen und zum Selbstunterricht. 8°. 1872. Preis 2 ℳ

Recknagel, Prof. Dr. Georg, **Ebene Geometrie für Schulen.** 2. verbesserte Auflage. gr. 8°. 1876. Preis 2 ℳ. Die 3. Auflage ist unter der Presse.

Recueil de Gallicismes, Germanismes et Locutions des langues française et allemande. 8°. Preis 2 ℳ

Schüler, Wilhelm Friedrich, **Neue Theorie des Imaginären** in der Functionenrechnung und der analytischen Geometrie. Programm zu dem Jahresberichte der k. bayerischen Realschule Freising pro 1877/78. Mit einer Tafel (II) und 56 S. 4°. Preis 4 ℳ.

Sepp, Bernhard, **Die Wanderung der Cimbern und Teutonen.** 8°. 1882. Preis 1 ℳ 40 ₰.

Sittl, Karl, **Die Wiederholungen in der Odyssee.** Ein Beitrag zur homerischen Frage. Gekrönte Preisschrift. 8°. 1882. Preis 4 ℳ

— **Geschichte der griechischen Litteratur bis auf Alexander den Grossen.** I. Teil. 360 S. Lex. 8°. 1884. Preis 4 ℳ 80 ₰.

Wagler, Fr. Ad., **Kleines historisch-geographisches Lexikon.** Zum Schul- und Privatgebrauch. 8°. Preis 80 ₰.

Walberer, Prof. Dr. Joh. Chr., **Anfangsgründe der Mechanik fester Körper** mit vielen Uebungsaufgaben zum Schulgebrauche an Gymnasien und technischen Lehranstalten. 4. durchgesehene Auflage. gr. 8°. Mit 50 Holzschnitten. 1881. Preis 2 ℳ 40 ₰. Die fünfte Auflage ist unter der Presse.

— **Leitfaden zum Unterrichte in der Arithmetik und Algebra** an Gymnasien und verwandten Anstalten. Zweite Auflage. VIII u. 152 S. gr. 8°. 1884. Preis 1 ℳ 60 ₰

Wenz, G., **Zusammenstellung der wichtigsten arithmetischen und algebraischen Sätze in Formel, Wort und Beispiel.** Ein Handbüchlein für den Rechen-Unterricht.

Erste Abtheilung: Die Rechnungsarten für die Volks- und Mittelschulen. ([IV u.] 32 S.) 8°. 1873. 30 ₰.

Zweite Abtheilung: Die Rechnungsarten für die höheren Lehranstalten. ([IV u.] 58 S.) 8°. 1873. 45 ₰.

Whitney-Jolly, **Die Sprachwissenschaft.** W. D. Whitney's Vorlesungen über die Prinzipien der vergleichenden Sprachforschung für das deutsche Publikum bearbeitet und erweitert von Julius Jolly. gr. 8°. 1874. Preis 10 ℳ.

Leitfaden

der

Arithmetik

nebst

Uebungsbeispielen

von

Adolf Sickenberger

Professor am k. Maximiliansgymnasium in München.

Dritte, umgearbeitete Auflage.

München.

Theodor Ackermann,

königlicher Hof-Buchhändler.

1885.

I. Zahlensystem.

§ 1. Arithmetik ist die Lehre von den Zahlen.

Zahl ist eine Menge von Einheiten.

Ist die Art der Einheiten angegeben, so heißt die Zahl benannt; z. B. fünf Mark, sieben Liter.

Ist die Art der Einheiten nicht angegeben, so heißt die Zahl unbenannt; z. B. acht, zwölf.

§ 2. Man zählt von eins bis neun; diese Zahlen heißen Einer.

Zehn Einer geben einen Zehner,
Zehn Zehner geben einen Hunderter,
Zehn Hunderter geben einen Tausender.

Hierauf folgen: Zehntausender,
Hunderttausender.

Tausend Tausender heißen eine Million.
Millionen Millionen heißen eine Billion.
Millionen Billionen heißen eine Trillion. u. s. w.

§ 3. Die Zahlzeichen heißen Ziffern. Es giebt zehn einfache Ziffern:

eins 1,	vier 4,	sieben 7,
zwei 2,	fünf 5,	acht, 8,
drei 3,	sechs 6,	neun 9,
	null 0.	

Aus diesen einfachen Ziffern werden die Ziffern für die anderen Zahlen zusammengesetzt. Es stehen nämlich:

an der ersten Stelle von rechts die Einer,
„ „ zweiten „ „ „ „ Zehner,
„ „ dritten „ „ „ „ Hunderter,
„ „ vierten „ „ „ „ Tausender,
u. s. f.
an der siebenten Stelle von rechts die Millionen,
u. s. f.
an der dreizehnten Stelle von rechts die Billionen.
u. s. f.

Größere Zahlen teilt man von rechts nach links in Gruppen von je sechs Stellen ab.

Übung.

1) Lies die Zahlen: 74, 86, 90, 108, 180, 754, 650, 302, 1234, 1920, 5607, 2019, 3050, 4008, 9800, 2000, 12000, 64016, 21487, 89100, 40102, 70003, 90000, 144763, 206074, 319605, 420071, 410007, 700104, 900005, 800000 2c.

2) Lies die Zahlen: 1565297, 215697483, 62496724397, 7020403, 16054009, 53006003007, 24900000027, 100000100001, 90900900909, 203203203203, 100710071007, 40000000008, 25654987246784, 156482987436854, 264000100200304, 9524000006005032, 51460203549020304506, 1234567890987654321 2c.

3) Schreibe: Zweihundertneun, sechs Tausend und vierundachtzig, zweiundzwanzig Tausend und zwölf, fünfhundertdrei Tausend, zweihundert Tausend und siebzig, achthundert Tausend neunhundert, fünf Millionen sechzig Tausend und neun, siebenhundertdrei Millionen zwei Tausend vierundzwanzig, fünfzehn Billionen und sechs 2c.

I. Kapitel.

Unbenannte Zahlen.

II. Addition.

§ 4. Addieren heißt eine Zahl suchen, welche soviele Einheiten enthält als zwei gegebene Zahlen zusammen.

Die gegebenen Zahlen heißen die Summanden, die gesuchte Zahl heißt Summe. Das Zeichen der Addition ist + („plus"). Z. B. 7 + 5 = 12.

Sieben plus fünf ist gleich zwölf.

Das Addieren ist ein Aufwärtszählen in der Zahlenreihe.

§ 5. Hat man drei oder mehrere Zahlen zu addieren, so geschieht dies, indem man zuerst zwei zu einer Summe vereinigt, diese Summe alsdann zu einer dritten Zahl addiert u. s. w. Die Ordnung, nach der dies geschieht, ist gleichgiltig. Man schreibt z. B. 7 + 5 + 6 = 18.

11 + 8 + 5 + 19 = 43.

§ 6. Um größere Zahlen leichter zu addieren, addiert man bei den Einern beginnend die Einheiten gleicher Ordnung.

Dieses Verfahren wird erleichtert, wenn man die Zahlen so untereinander schreibt, daß die Einheiten gleicher Ordnung unter einander stehen.

Z. B.

$$\begin{array}{r} 15046 \\ +\ 4120027 \\ +\ 643 \\ +\ 210410 \\ +\ 6 \\ +\ 703 \\ +\ 57121647 \\ \hline =\ 61468482 \end{array}$$

Als Probe über die Richtigkeit der ausgeführten Addition kann dienen, daß man die Addition in umgekehrter Ordnung vornimmt.

Übung.

1) a. 9 + 7. b. 8 + 9. c. 13 + 10.
d. 27 + 14. e. 43 + 25. f. 36 + 64.
g. 105 + 13. h. 147 + 29. i. 235 + 67
k. 504 + 300. l. 714 + 219. m. 140 + 654.
n. 732 + 268. o. 517 + 823. p. 924 + 876.

2) a. 5 + 4 + 7. b. 8 + 9 + 2.
c. 4 + 9 + 3 + 1. d. 14 + 21 + 5 + 16.
e. 13 + 15 + 18 + 12 + 17.
f. 37 + 24 + 50 + 26 + 13.
g. 115 + 94 + 87.
h. 217 + 421 + 362.
i. 200 + 86 + 132 + 168 + 214 + 100.
k. 539 + 212 + 724 + 106 + 43 + 376.

3) Addiere: a. 14167, 9824, 564, 987, 25203, 86947, 351416.
b. 21, 903, 160732, 75004, 48, 9, 12096.
c. 187, 94016, 1316, 56432, 57, 5314452, 416004.
d. 176421, 15, 59902304, 6591249, 419806, 57, 20103, 3512.
e. 7457, 3306, 534, 53, 1202, 61, 387 [1]).
f. 1, 11, 111, 1111, 11111, 111111.
g. 243016, 30415, 420706, 54607, 2800, 122913, 125543 [2]).

4) Bilde die Summe aus: a. 543 und 456.
b. 1567 und 2432.
c. 9516 und 484.
d. 62912, 24003, 3094.

5) Welche Zahl ist um 15 [144, 1016] größer als 24 [212, 9784]?

6) Welche Zahl ist um 12 [24, 156, 281] größer als die Summe der Zahlen 36 und 52 [96 und 156, 47 und 209, 516 und 203]?

7) Suche eine Zahl, welche 60 [54, 276, 10434] um soviel übertrifft, als 90 und 10 [42 und 37, 356, 284 und 906, 517, 12943 und 21006] zusammen ausmachen.

8) Addiere die Summen aus: 17403, 19246 und 47654 einerseits, und 25006, 88947 und 87683 andererseits.

9) Von drei Zahlen ist die erste 2706 [3075, 624, 5858[3])] die zweite um 375 [115, 96, 784] größer als die erste, die dritte aber so groß als die erste und zweite zusammen. Welches ist die Summe der drei Zahlen?

10) Von vier Zahlen ist die erste so groß als die zweite und vierte zusammen, die zweite ist um 15 [12, 26, 127[4])], die vierte um 10 [8, 7, 348] größer als die dritte; wenn nun die letztere 20 [16, 18, 1810] beträgt, was betragen die vier Zahlen zusammen?

11) Übersicht der Bevölkerung des Königreichs Bayern:

Oberbayern:	951977	Einw.	darunter	904119	Kath.	42711	Prot.
Niederbayern:	646947	„	„	641939	„	4741	„
Pfalz:	677281	„	„	293399	„	369024	„
Oberpfalz:	528564	„	„	484679	„	42160	„
Oberfranken:	575357	„	„	242584	„	328589	„
Mittelfranken:	643817	„	„	140384	„	490993	„
Unterfranken:	626305	„	„	500508	„	110143	„
Schwaben:	634530	„	„	540456	„	88951	„

a. Gesamtbevölkerung?
b. Gesamtzahl der Katholiken?
c. Gesamtzahl der Protestanten?
d. Gesamteinwohnerzahl der zwei altbayerischen Kreise?
e. „ „ „ „ drei fränkischen „ ?
f. „ „ „ „ sieben diesrheinischen „ ?

12) Bevölkerung des deutschen Reichs:

Kgrch.	Preußen	27279111	
„	Bayern	5284778	
„	Sachsen	2972805	
„	Württemberg	1971118	
Großhrzgt.	Baden		1570254
„	Hessen		936340
„	Mecklenburg-Schwerin		577055
„	Sachsen-Weimar		309577
„	Mecklenburg-Strelitz		100269
„	Oldenburg		337478

Hrzgt. Braunschweig		349367	
„ Sachsen-Meiningen		207075	
„ „ Altenburg		155036	
„ „ Koburg-Gotha		194716	
„ Anhalt		232592.	
Fürstent. Schwarzburg-Sondershausen			71107
„ „ -Rudolstadt			80296
„ Waldeck			56522
„ Reuß ältere Linie			50782
„ Reuß jüngere „			101330
„ Schaumburg-Lippe			35374
„ Lippe			120246
Freie Stadt Lübeck	63571		
„ „ Bremen	156723		
„ „ Hamburg	453869.		

Reichsland Elsaß-Lothringen 1566670.

a. Gesamtbevölkerung des deutschen Reichs?
b. „ „ der Königreiche Bayern, Sachsen, Württemberg?
c. Gesamtbevölkerung der sechs Großherzogtümer?
d. „ „ „ fünf Herzogtümer?
e. „ „ „ sieben Fürstentümer?
f. „ „ „ drei freien Städte?

13) Welches ist die Summe der Zahlen a und b?

a = 11	b = 76
a = 27	b = 53
a = 439	b = 561.

14) Welches ist die Summe der Zahlen a, b, c, d?

a = 23	b = 41	c = 17	d = 0
a = 152	b = 568	c = 904	d = 376
a = 409	b = 802	c = 1703	d = 2093.

III. Subtraktion.

§ 7. Durch Umkehrung der Addition entsteht die Subtraktion.

Subtrahieren heißt zu einer gegebenen Summe und gegebenem einen Summanden den andern Summanden suchen.

Die gegebene Summe heißt Minuend, der gegebene Summand heißt Subtrahend, der gesuchte Summand heißt Differenz. Das Zeichen der Subtraktion ist — („minus"). Der Minuend steht vor, der Subtrahend nach dem Subtraktionszeichen.

z. B. $7 + 5 = 12.$

$12 - 7 = 5.$

Zwölf minus sieben ist gleich fünf.

Das Subtrahieren ist ein Abwärtszählen in der Zahlenreihe.

§ 8. Wir unterscheiden bei der Subtraktion drei Fälle:

a) Wenn der Minuend größer ist als der Subtrahend, so ist die Differenz in der Zahlenreihe aufzufinden. Die Differenz ist um den Subtrahenden kleiner als der Minuend.

b) Wenn der Minuend gleich ist dem Subtrahenden, so ist die Differenz null; z. B.

$12 - 12 = 0.$

c) Wenn der Minuend kleiner ist als der Subtrahend, z. B. $7 - 12,$ so ist eine zugehörige Differenz in der Zahlenreihe nicht aufzufinden.

§ 9. Um bei größeren Zahlen die Subtraktion leichter auszuführen, subtrahiert man bei den Einern beginnend die Einheiten gleicher Ordnung. Hiebei kann der Fall eintreten, daß an einer einzelnen Stelle der Minuend kleiner ist als der Subtrahend; man nimmt alsdann von der nächst höheren Stelle — falls an dieser eine Null steht, von der zweithöheren u. s. f. — eine Einheit und zerlegt sie in die Einheiten niedrigerer Ordnung.

Durch entsprechendes Untereinanderschreiben wird das Verfahren erleichtert.

z. B.	24653	194257	504003019
	— 13521	— 87538	— 37306219
	= 11132	= 106719	= 466696800

§ 10. Die Differenz zum Subtrahenden addiert gibt den Minuenden. Vom Minuenden die Differenz subtrahiert gibt den Subtrahenden.

Man kann diese Sätze zur Probe über die Richtigkeit einer ausgeführten Subtraktion benützen.

	11132	106719	466696800
	+ 13521	+ 87538	+ 37306219
	= 24653	= 194257	= 504003019
oder:	24653	194257	504003019
	— 11132	— 106719	— 466696800
	= 13521	= 87538	= 37306219

Übung.

1)

a.	9 — 4.	b.	13 — 6.	c.	20 — 8.
d.	27 — 14.	e.	31 — 15.	f.	37 — 18.
g.	52 — 31.	h.	67 — 27.	i.	80 — 47.
k.	95 — 92.	l.	84 — 56.	m.	90 — 43.
n.	135 — 14.	o.	147 — 52.	p.	136 — 48.
q.	247 — 217.	r.	386 — 134.	s.	443 — 259.
t.	100 — 67.	u.	240 — 80.	v.	703 — 519.
w.	800 — 504.	x.	900 — 317.	y.	1000 — 534.

2) Subtrahiere:

a.	2136	von	4587.	b.	14289	von	36399.
c.	430508	„	782719.	d.	4561317	„	7672458.
e.	85306	„	395497.	f.	97210	„	99430.
g.	1477423	„	2585612.	h.	17403016	„	49512209.
i.	946	„	1285.	k.	1723	„	5471.
l.	4108	„	17605.	m.	13453	„	31021.
n.	77403	„	800512.	o.	39017	„	40305.
p.	104907	„	203806.	q.	316543	„	500000.
r.	719600	„	1000000.	s.	9563	„	10000.
t.	90007	„	200005.	u.	7308	„	120000.
v.	32400	„	35300.	w.	536000	„	1210000.

3) Welches ist der Unterschied zwischen:
a. 17 u. 31; b. 435 u. 209;
c. 5000 u. 6000; d. 7849 u. 4358;
e. 17164 u. 16275; f. 945008 u. 950007;
g. 170324 u. 134578; h. 5000000 u. 499987?

4) Um wie viel ist 857 [1200, 3649, 64050, 903006] größer als 589 [900, 2750, 3949, 15078]?

5) Um wie viel ist 3017 [6102, 64, 17080, 624015] kleiner als 4238 [7302, 100, 20000, 724016]?

6) Um wie viel ist 36424 [9786, 1500006] a. größer als 30000 [6886, 1409706], b. kleiner als 40000 [15000, 2000104]?

7) Die Differenz zweier Zahlen beträgt 46 [127, 906]; welches ist die kleinere, wenn die größere 130 [212, 1317] ist?

8) Die Differenz zweier Zahlen beträgt 17 [4506, 15001]; welches ist die größere, wenn die kleinere 53 [494, 25340] ist?

9) Welche Zahl muß man zu 15 [43, 709] addieren, damit man 17 [100, 3000] erhalte?

10) Wie viel fehlt der Zahl 29 [71, 3847] auf 110 [500, 4000]?

11) Zu II 11.

a. Bevölkerungsunterschied zwischen Oberbayern u. Niederbayern?
b. " " " Pfalz u. Oberpfalz?
c. " " " Oberfranken u. Unterfranken?
d. welches sind die Bevölkerungsunterschiede zwischen Katholiken und Protestanten in den acht Kreisen Bayerns?

12) Zu II 12.

a. Bevölkerungsunterschied zwischen Preußen und Bayern?
b. " " " " " Baden?
c. " " " " " Hamburg?
d. " " " Bayern " Württemberg?
e. " " " Bremen " Lübeck?

13) Bilde den Unterschied der Zahlen a und b.

a = 154.	b = 87.
a = 1307.	b = 2507.
a = 4500.	b = 3996.
a = 2016.	b = 3000.

14) Um wieviel ist die Zahl b größer als a?

a = 73.	b = 200.
a = 195.	b = 2000.

IV. Addition und Subtraktion in Verbindung.

§ 11. Drei oder mehr Zahlen durch die Zeichen der Addition oder Subtraktion verbunden bilden ein Aggregat; z. B.

$$9 + 5 - 4 - 3 + 2 - 1.$$

Die einzelnen Zahlen heißen Glieder, und zwar die mit dem Vorzeichen „plus“ positiv (additiv), die mit dem Vorzeichen „minus“ negativ (subtraktiv). Beim ersten Glied kann das Vorzeichen „plus“ weggelassen werden.

§ 12. Zur Berechnung eines Aggregates wird verlangt, daß man bei einem positiven Gliede beginnend die Glieder paarweise vereinige; die positiven Glieder sollen addiert, die negativen subtrahiert werden.

Die Reihenfolge, nach der dies geschieht, ist gleichgiltig.

Z. B. $9 + 5 - 4 - 3 + 2 - 1$ oder	$5 - 4 + 2 - 1 + 9 - 3$
$= 14 - 4 - 3 + 2 - 1$	$= 1 + 2 - 1 + 9 - 3$
$= 10 - 3 + 2 - 1$	$= 3 - 1 + 9 - 3$
$= 7 + 2 - 1$	$= 2 + 9 - 3.$
$= 9 - 1$	$= 11 - 3$
$= 8.$	$= 8.$

§ 13. Wird dagegen bei einem Aggregat verlangt, daß einzelne Operationen vor andern ausgeführt werden sollen, so wird dieses dadurch angezeigt, daß man die betreffenden Glieder in Klammern setzt.

Z. B. $9 + 5 - (4 - 3) + (2 - 1)$, $\quad 7 - [5 - (3 - 2)] + 2$
$= 9 + 5 - 1 + 1 \qquad = 7 - [5 - 1] + 2$
$= 14. \qquad = 7 - 4 + 2$
$= 5.$

§ 14. Man erkennt nunmehr leicht, daß z. B.
$9 + 5 - 4 - 3 + 2 - 1 = (9 + 5 + 2) - (4 + 3 + 1)$
d. h. Man erhält den Wert eines Aggregates, wenn man von der Summe der positiven Glieder die Summe der negativen Glieder subtrahiert.

Man berechne also z. B.
$19 - (2 + 7 - 6 - 2) + (- 15 + 12 + 18) - (9 - 5 + 3 - 2)$
$= 19 - (9 - 8) + (30 - 15) - (12 - 7)$
$= 19 - 1 + 15 - 5$
$= 34 - 6$
$= 28.$

Übung.

1) Berechne: a. $8 + 5 - 4 - 3$. b. $- 2 + 7 + 9 - 6$.
c. $11 - 15 + 6 - 13 + 27$. d. $19 + 75 - 85 - 44 + 96$.
e. $284 - 147 + 309 - 506 - 742 + 964 + 287$.
f. $- 2348 - 5423 + 4157 + 6211 - 3144 + 3914$.

2) Berechne: a. $17 - 8 + 3 - 15 + 13$.
b. $46 + 57 - 23 + 68 - 98$.
c. $- 1258 + 3426 - 2144 - 4116 + 5092$.
d. $643 + 754 - 2144 + 16 - 5 + 736$.[5)]
e. $- 516 - 307 - 118 - 49 + 1000$.[6)]
f. $857 - 612 - 349 + 720 - 615$.[7)]

3) Berechne: a. $20 - 13 + 41 + 13 - 12$.
b. $147 - 22 - 146 + 23$.
c. $- 258 - 361 + 268 + 365$.
d. $5147 - 4119 - 56 - 4147 + 29 + 4119 + 58 + 29 - 4$.
e. $11546 - 9756 + 4345 - 4344 + 9757 - 11545$.
f. $- 7603 + 5422 + 6247 - 6147 - 5412 + 7604$.

4) Berechne: a. $17 + (5 + 3)$. b. $36 + (7 - 4)$.
c. $49 - (7 + 6)$. d. $84 - (36 - 19)$.
e. $100 + (49 - 14) - (15 - 7)$.
f. $(16 + 23) - (15 + 11) - (7 + 2)$.
g. $(47 - 13) - 11 - (15 + 8)$.
h. $(25 + 8) + (- 7 + 12) - (- 3 + 9)$.
i. $- 16 - (- 2 + 7) + (30 - 9)$.

5) Berechne: a. 24 + (16 + 5 + 4).
b. 36 — (17 + 5 — 6). c. 68 — (16 + 17 — 9 — 2).
d. (97 — 24) — (15 — 6 — 3 + 7).
e. (45 + 6 — 21 — 17) — (— 6 + 8 — 14 + 16) + 1.
f. (50 — 52 + 64 — 60) — (— 70 — 34 + 106).
g. (20 + 19 — 21 — 9) — (— 14 + 12 + 16 — 3) — (37 — 45 — 26 + 34).

6) Berechne: a. 17 + [15 — (14 — 3)].
b. 75 — [24 + (19 — 11)].
c. 127 — [36 — (12 + 18)].
d. 257 — [187 — (244 — 195)].
e. 91 + [(74 — 23) — (89 — 75)] — [(56 — 13) + (27 + 9)].
f. [215 — (147 + 63) + (10 — 5)] — [847 + (940 — 762) — (624 + 395)].[8])
g. [— (24 + 16) + (95 — 48) + (2 + 1)] — [(26 + 4) — (14 + 7)].[9])
h. [(14 + 12 — 20) — (19 — 13 — 5)] + [(17 — 2 — 5) — (15 + 7 — 16)].[10])

7) Berechne: a. 18 — [15 — (13 — (10 — 3))].
b. 86 + [24 — (36 — (30 — 2) + 10) + 9] — [— 16 + (— 27 + (— 15 + 60))].
c. [((37 — 7) — (15 — 6)) — ((9 — 3) + (7 — 2))] — [((— 16 + 21) + (— 7 + 12)) — (— (15 + 16) + (46 — 5))].[11])
d. [((6 + 2 — 4) — (7 — 3 — 1)) — ((5 + 3 — 2) + (9 — 6 + 7)) + 17] + [(— (7 — 4) + (11 — 3)) — ((15 — 12) — (17 — 15)) — (19 — 15) + 6].[12]).
e. (1470 — 248 + 592 — 285 + 884) — (247 — 154 + 753) — (400 — 8 — 5) + (1250 — 700 — 703 + 1250) + 57 — 334.[12a]).

f. $[4385 - (763 - 317) + (1915 - 300)] - [(2465 + 682) - 83 + (2000 - 1557)] + (963 - 554 + 837) + [17 - (183 - 67 - 80) + (1957 + 3483)]$[12b]).

8) Suche eine Zahl, welche um den Unterschied zwischen 19 und 16 [74 und 53, 136 und 129] größer ist als 14 [61, 130].

9) Suche eine Zahl, welche um die Summe aus 24 und 36 [249 und 315, 418 und 712] kleiner ist als 100 [721, 1346].

10) Suche eine Zahl, welche die Differenz zwischen 21 und 15 [716 und 648, 1237 und 2151] um 9 [76, 783] übertrifft.

11) Welches ist der Unterschied der Summen aus 49 und 54 [162 und 143, 256, 712 und 613] einerseits und 74 und 13 [191 und 224, 456 und 243] andererseits?

12) Addiere die Unterschiede der Zahlen: 14 und 6, [120 und 91, 456 und 746], 15 und 8 [526 und 316, 1019 und 748].

13) Welche Zahl muß man zu dem Unterschied der Zahlen 27 und 15 [149 und 236, 2087 und 3500] addieren, um die Summe der Zahlen 36 und 24 [51 und 69, 705 und 708] zu erhalten?

14) Welche Zahl muß man von dem Unterschiede der Zahlen 59 und 46 [967 und 543, 1709 und 1800] subtrahieren, um den Unterschied der Zahlen 35 und 29 [2017 und 1989, 13487 und 13502] zu erhalten?

15) Von fünf Zahlen ist die erste gleich dem Unterschied der dritten und fünften, die fünfte gleich der Summe aus der zweiten und vierten Zahl; die zweite Zahl ist um 15 [221, 736, 43[13])] größer, die vierte Zahl um 9 [106, 314, 37] kleiner als die dritte; die dritte Zahl aber ist 36 [194, 1086, 147]. Welches ist die Summe der fünf Zahlen?

16) Die Zahl 9561 [80000[14])] ist eine Summe aus fünf Summanden; der erste Summand ist so groß als der zweite und dritte zusammen, der zweite Summand ist um 748 [4159] größer, der dritte um 952 [1519] kleiner als der vierte; wenn nun dieser 1416 [14733] beträgt, wie groß ist der fünfte Summand?

17) Zu II 11.

a. Unterschied der Gesamtbevölkerung der drei altbayerischen Kreise einerseits und der drei fränkischen Kreise andererseits?

b. Unterschied der Gesamtzahl der Katholiken und Protestanten?

c. Wie groß ist die Zahl derer, welche keiner dieser beiden Konfessionen angehören, und zwar im ganzen Königreich, wie in den einzelnen Kreisen?

18) Zu II 12.

a. Überschuß der Bevölkerung Preußens über die der andern deutschen Staaten zusammen?

b. Überschuß der Bevölkerung Bayerns über die von Württemberg und Baden zusammen?

c. Unterschied der Gesamtbevölkerung einerseits der sieben Fürstentümer, andererseits der drei freien Städte?

19) In einer Lateinschule sind in der ersten Klasse 47 [49 [15])] Schüler, in der zweiten Klasse um 5 [8] Schüler weniger als in der ersten, in der dritten Klasse um 3 [5] Schüler weniger als in der zweiten, in der vierten Klasse um 1 [2] Schüler weniger als in der dritten, in der fünften Klasse um 7 [6] Schüler mehr als in der vierten. Welches ist die Gesamtschülerzahl?

20) Ein Knabe hat 75 [66 [16])] Nüsse; er schenkt seinem Bruder 14 [13], seiner Schwester 17 [32], einem Freunde 10 [17]; er erhält dagegen von seinem Vater 20 [28] und von der Mutter 30 [34] Stück, worauf er wieder jedem der oben genannten 15 [22] Stück schenkt. Wie viel Nüsse hatte zuletzt der Knabe?

21) Berechne: a. $a - b + c - d$

$a = 19$	$b = 47$	$c = 85$	$d = 28$
$a = 165$	$b = 12$	$c = 273$	$d = 126.$

b. $a - b - c + d$

$a = 67$	$b = 23$	$c = 48$	$d = 14$
$a = 182$	$b = 296$	$c = 305$	$d = 420.$

c. $a - b - c + d + e - f$

$a = 19$	$b = 41$	$c = 52$	$d = 37$	$e = 92$	$f = 24$
$a = 219$	$b = 304$	$c = 519$	$d = 354$	$e = 227$	$f = 177.$

22) Berechne: a. $(x + y) - (u + v)$

$x = 47$	$y = 37$	$u = 21$	$v = 39$
$x = 105$	$y = 215$	$u = 163$	$v = 57.$

b. $(x - y) - (u - v)$

$x = 267$	$y = 149$	$u = 563$	$v = 498$
$x = 1412$	$y = 1397$	$u = 18009$	$v = 17994.$

V. Multiplikation.

§ 15. Multiplizieren heißt eine Zahl so oft als Summand setzen, als es eine andere anzeigt.

Die Zahl, welche als Summand gesetzt werden soll, heißt **Multiplikand**; die Zahl, welche anzeigt, wie oft die andere als Summand gesetzt werden soll, heißt **Multiplikator**. Das Resultat der Multiplikation heißt **Produkt**. Das Zeichen der Multiplikation ist · („mal"); der Multiplikand wird **vor**, der Multiplikator **hinter** das Multiplikationszeichen gesetzt. Z. B.

$$4 + 4 + 4 = 12,$$

dafür $4 \cdot 3 = 12$,

vier mal drei ist gleich zwölf.
(eigentlich: vier dreimal.)

§ 16. Es ist $4 \cdot 3 = 4 + 4 + 4 = 12$ (drei Reihen von je vier Einheiten)

$3 \cdot 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$ (vier Reihen von je drei Einheiten)

d. h. **durch Vertauschung von Multiplikand und Multiplikator ändert sich der Wert des Produktes nicht.**

Multiplikand und Multiplikator erhalten daher den gemeinsamen Namen **Faktoren**.

§ 17. Multiplikation mit einzifferigen Zahlen.

1) Die Produkte aller einzifferigen Zahlen sind dem Gedächtnis einzuprägen — **Einmaleins**.

2) Eine mehrzifferige Zahl wird mit einer einzifferigen Zahl multipliziert, indem man, bei den Einern beginnend, jede Stelle mit der einzifferigen Zahl multipliziert.

Z. B. $73 \cdot 2 = 146$ $154 \cdot 3 = 462$
$7430 \cdot 5 = 37150$ $190300 \cdot 8 = 1522400$.

Auch die Multiplikation mit 11, 12, 13 .... kann man auf dieselbe Art bewerkstelligen, wenn man das Einmaleins mit diesen Zahlen kennt.

§ 18. Multiplikation mit mehrzifferigen Zahlen.

1) Multiplikation mit 10, 100, 1000 u. s. w.; die Nullen des Multiplikators hängen sich an den Multiplikanden.

Z. B. $5 \cdot 10 = 50$ $23 \cdot 10 = 230$ $713 \cdot 100 = 71300$
$20 \cdot 10 = 200$ $1500 \cdot 1000 = 1500000$.

2) Multiplikation mit 20, 30, 500, 7000 u. s. w.; man multipliziert mit 2, 3, 5, 7 u. s. w. und hängt an das Produkt die Nullen des Multiplikators.

Z. B. $17 \cdot 20 = 340$ $564 \cdot 30 = 16920$
$704 \cdot 500 = 352000$ $21060 \cdot 7000 = 147\,420000$.

3) Multiplikation mit einer beliebigen mehrzifferigen Zahl; man multipliziert mit jeder einzelnen Stelle des Multiplikators und addiert die Produkte.

$31 \cdot 27 = 31 \cdot 20 + 31 \cdot 7 = 620 + 217 = 837.$

$543 \cdot 64 = 543 \cdot 60 + 543 \cdot 4 = 32580 + 2172 = 34752.$

$1473 \cdot 409 = 1473 \cdot 400 + 1473 \cdot 9 = 589200 + 13257 = 602457.$

$5163 \cdot 248 = 5163 \cdot 200 + 5163 \cdot 40 + 5163 \cdot 8 = 1032600 + 206520 + 41304 = 1280424.$

Man macht dieses Verfahren gewöhnlich etwa in folgender Form:

	543	1473	5163
31·27	·64	·409	·248
= 620	= 32580	= 589200	= 1032600
+ 217	+ 2172	+ 13257	+ 206520
= 837	= 34752	= 602457	+ 41304
			= 1280424.

§ **19.** 1) Man kann auch drei oder mehrere Zahlen mit einander multiplizieren, indem man dieselben in beliebiger Reihenfolge paarweise zu Produkten vereinigt.

Z. B. $12 \cdot 5 \cdot 7 = 420$, $6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 144$.

2) Umgekehrt kann man oft einen Faktor in Faktoren zerlegen und dann mit den einzelnen Faktoren nacheinander multiplizieren.

Z. B. $23 \cdot 36 = 23 \cdot 9 \cdot 4 = 207 \cdot 4 = 828$.

§ **20.** $2 \cdot 2 = 2^2$, 2 in der zweiten Potenz; $2^2 = 4$

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$, 2 in der dritten Potenz; $2^3 = 8$.

$3 \cdot 3 = 3^2$, 3 „ „ zweiten „ ; $3^2 = 9$.

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$, 5 „ „ dritten „ ; $5^3 = 125$.

$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4$, 6 „ „ vierten „ ; $6^4 = 1296$.

u. s. w.

Übung.

1) a. 73·6. b. 85·7. c. 6·94. d. 127·4
e. 9·206. f. 8·439. g. 536·9. h. 2·4305.
i. 8046·3. k. 17004·8. l. 9·25457. m. 421038·5.
n. 86·11. o. 145·12. p. 13·504. q. 1723·14.
r. 15·37594. s. 2043·16. t. 18·50094. u. 8514·25.
v. 90·8. w. 730·9. x. 80430·7. y. 12·52400

2) a. 7·10. b. 18·10. c. 10·405. d. 10·7630
e. 9·100. f. 100·23. g. 4630·100. h. 100·100

i. 13 · 1000. k. 540 · 1000. l. 1000 · 7040. m. 1000 · 1000. n. 41·10000. o. 207·100000. p. 1000000·63. q. 10000000·580.

3) a. 43 · 20. b. 167 · 30.
c. 40 · 2450. d. 2036 · 110.
e. 50 · 30. f. 69 · 200.
g. 300 · 508. h. 9437 · 800.
i. 400 · 2500. k. 3000 · 173.
l. 5060 · 7000. m. 61453 · 12000.
n. 8000 · 53750. o. 95300 · 130000.
p. 70000 · 63000. q. 160000 · 936700.

4) a. 78 · 23. b. 41 · 506.
c. 2360 · 85. d. 74 · 580.
e. 2430 · 39. f. 8600 · 72.
g. 14023 · 81. h. 124007 · 67.
i. 724 · 117. k. 4260 · 391.
l. 5702 · 451. m. 8309 · 5630.
n. 265 · 308. o. 105 · 43190.
p. 17263 · 4500. q. 5137 · 2348.
r. 138190 · 4275. s. 21670 · 486590.
t. 14358 · 5017. u. 23651 · 8102.
v. 84500 · 9006. w. 920500 · 20700.
x. 503010 · 72004800. y. 156250 · 10240003.
z. 7812500 · 640000.

5) Auf besondere Art zu multiplizieren:

a. 347 · 99. b. 999 · 51060. c. 990 · 3246
d. 15043 · 9999. e. 9990 · 7310. f. 24850 · 9900.
g. 568 · 98 h. 998 · 7854. i. 93561 · 9980.

6) Deßgleichen:

a. 521 · 24. b. 27 · 1643. c. 9210 · 280.
d. 5604 · 32. e. 360 · 89170. f. 4400 · 1940.
g. 763 · 48. h. 56000 · 2473. i. 27098 · 63.

7) a. 2 · 5 · 7 b. 9 · 6 · 5. c. 4 · 7 · 15.
d. 25 · 9 · 4 e. 17 · 5 · 5 · 8. f. 12 · 7 · 15 · 2.
g. 7 · 8 · 125 h. 16 · 9 · 25 · 7. i. 24 · 16 · 5 · 15.

8) a. 2^4 b. 2^5 c. 2^6 d. 2^7 e. 2^{10}
f. 3^3 g. 3^4 h. 3^5 i. 5^2 k. 5^4
l. 5^6 m. 6^2 n. 6^3 o. 7^2 p. 7^3
q. 8^2 r. 8^3 s. 9^2 t. 9^3 u. 10^2
v. 10^3 w. 10^4 x. 10^5 y. 10^6 z. 12^2.

9) Welche Zahl ist 12 [15, 24] mal so groß als 16 [36, 60]?

10) Welche Zahl ist das 10 [30, 25] fache von 17 [41, 64]?

11) Welche Zahl ist 9 [18, 36] mal größer als 51 [207, 634]?

12) Was erhält man, wenn man 516, [704, 1306] 5 [11, 37] mal als Summand setzt?

13) Was erhält man, wenn man 73 [694, 3057] 19 [31, 509] mal zu sich addiert?

14) Was erhält man, wenn man 11 [13, 15] 3 [4, 2] mal als Faktor setzt?

15) Unter 72 [165] Kinder sollen Aepfel verteilt werden, so daß jedes Kind 15 [24] Stück erhält; wieviel Aepfel müssen es sein?

16) Ein Becher faßt 587 [1723] Weizenkörner; wenn man nun aus einer Menge Weizen den Becher 217 [489] mal füllen kann, wieviel Weizenkörner sind dies?

17) Auf einem Holzplatz lagern 64 [145] Stöße Holz zu je 375 [460] Scheitern; wie viel Scheiter befinden sich auf dem Holzplatz?

18) In einer Stadt sind 7 [11] Schulen, jede Schule zu 21 [18] Klassen, jede Klasse zu 45 [62] Schülern. Welches ist die Gesamtschülerzahl?

19) Eine Truppe Soldaten marschiert in 3 [4] Abteilungen, jede Abteilung in 5 [6] Gruppen; jede Gruppe hat 15 [12] Reihen zu je 6 [8] Mann. Wieviel Soldaten?

20) Ein Garten hat 5 [8] Abteilungen, jede Abteilung zu 12 [15] Beeten; auf jedem Beet sind Bäumchen gepflanzt und zwar in 10 [9] Reihen zu je 21 [25] Bäumchen. Gesamtzahl der Bäumchen?

V. Division.

§ 21. Durch Umkehrung der Multiplikation entsteht die Division.

D i v i d i e r e n heißt zu einem gegebenen Produkt und gegebenem einen Faktor den andern Faktor suchen.

Das gegebene Produkt heißt D i v i d e n d, der gegebene Faktor heißt D i v i s o r, der gesuchte Faktor heißt Q u o t i e n t. Das Zeichen der Division ist : („dividiert durch" oder „durch"); der Dividend steht v o r, der Divisor n a c h dem Divisionszeichen.

$$4 \cdot 3 = 12.$$

$$12 : 3 = 4.$$

Zwölf dividiert durch drei ist gleich vier.

§ 22. Die Division kann einen doppelten Sinn haben:

a. Man sucht zu einem gegebenen Produkt und gegebenem Multiplikator den Multiplikanden. Diese Art der Division wird Teilen genannt.

$4 \cdot 3 = 12.$
$12 : 3 = 4.$

Zwölf geteilt durch drei ist gleich vier.
Der dritte Teil von zwölf ist vier.

b. Man sucht zu einem gegebenen Produkt und gegebenem Multiplikanden den Multiplikator. Diese Art der Division wird Messen genannt.

$4 \cdot 3 = 12.$
$12 : 4 = 3.$

Zwölf gemessen durch vier ist gleich drei.
Vier ist in zwölf dreimal enthalten.

Da Multiplikand und Multiplikator sich vertauschen lassen, sind beide Arten der Division in der Rechnung nicht verschieden.

§ 23. Nicht immer ist in der Zahlenreihe eine Zahl aufzufinden, welche als der Quotient zweier gegebenen Zahlen gelten kann.

Es ist dies z. B. der Fall bei 28 : 7, 72 : 6, u. s. w., dagegen ist es nicht der Fall bei 26 : 3, 56 : 11, u. s. w. In diesem letzten Fall wird der Quotient nur unvollständig angegeben. Z. B.

26 : 3 = 8 Rest 2; 56 : 11 = 5 Rest 1.

§ 24. Division durch einzifferige Zahlen.

1. Mit Hülfe des Einmaleins dividiert man, bei der höchsten Stelle beginnend, jede Stelle des Dividenden durch den Divisor; der jedesmal verbleibende Rest wird in Einheiten niedrigerer Ordnung aufgelöst.

Z. B. $468 : 2 = 400 : 2 + 60 : 2 + 8 : 2$
$= 200 + 30 + 4 = 234.$

1752 : 3 = 584. 9075 : 5 = 1815
490168 : 7 = 70024. 763950 : 11 = 69450
1392 : 9 = 154 Rest 6. 10000 : 3 = 3333 Rest 1.

2) Division durch 10, 100, 1000 u. s. w. Man denke sich am Dividenden rechts soviele Stellen weg, als der Divisor Nullen hat; die gestrichenen Stellen bilden den Rest.

Z. B. 50 : 10 = 5. 347 : 10 = 34 Rest 7.
21000 : 100 = 210. 54080 : 1000 = 54 Rest 80.

3) Division durch 20, 30, 500, 7000 u. s. w. Man kürzt den Dividenden rechts um soviele Stellen, als der Divisor

Nullen hat, und verfährt wie bei einzifferigem Divisor. Die gestrichenen Nullen sind dem Reste anzufügen.

7840 : 20 = 392. 16500 : 30 = 550.

246462 : 7000 = 35 Rest 1462.

§ 25. Division durch mehrzifferige Zahlen. Man dividiert versuchsweise die höchste Stelle des Dividenden durch die höchste Stelle des Divisors; multipliziert mit dem erhaltenen Teilquotienten den Divisor; subtrahiert das Produkt vom Dividenden; mit dem Rest setzt man das Verfahren fort. Der Quotient ist die Summe der Teilquotienten.

Z. B. 4182:34.

4000:30 = 100, 100 · 34 = 3400, 4182 — 3400 = 782.
700:30 = 20, 20 · 34 = 680, 782 — 680 = 102.
100:30 = 3, 3 · 34 = 102, 102 — 102 = 0.
4182:34 = 100 + 20 + 3 = 123.

Zur leichteren Ausführung hat man folgendes Rechnungsschema:

4182 : 34 = 123	45963 : 9 = 5107	3084948 : 15348 = 201
34	9	30696
78	63	15348
68	0	15348
102		0
102		
0		

1009697 : 870 = 1160 Rest 497
139
526
497.

Übung.

1) a.	84 : 2.	b.	693 : 3.	c.	74 : 2.
d.	528 : 3.	e.	930 : 2.	f.	1740 : 3.
g.	564 : 4.	h.	190280 : 4.	i.	385 : 5.
k.	200150 : 5.	l.	3438 : 6.	m.	168350 : 7.
n.	17512 : 8.	o.	2346400 : 8.	p.	540270 : 9.
q.	741492 : 9.	r.	88495 : 11.	s.	217440 : 12.
t.	169091 : 13.	u.	237000 : 15.		
2) a.	173 : 2.	b.	5930 : 3.	c.	68017 : 4.
d.	104307 : 5.	e.	23470 : 6.	f.	3549015 : 7.
g.	93700 : 8.	h.	1000000 : 9.		
3) a.	70 : 10	b.	630 : 10	c.	9400 : 10
d.	713000 : 10	e.	1500 : 100	f.	96000 : 100

g. 437000 : 1000 h. 210000 : 10000. i. 92 : 10
k. 1743 : 10 l. 24593 : 100. m. 47420 : 100
n. 593628 : 1000. o. 9000014 : 10000.

4) a. 640 : 20.
b. 30420 : 30.
c. 1724000 : 400.
d. 123000 : 50.
e. 2621400 : 600.
f. 720344000 : 8000.
g. 4973100 : 110.
h. 5784000 : 1200.
i. 541200000 : 15000.
k. 749 : 20.
l. 14405 : 300.
m. 8193075 : 4000.
n. 2243943 : 70.
o. 64312014 : 8000.
p. 81450370 : 150000.

5)[17] a. 61728 : 24.
b. 34950 : 25.
c. 21141 : 27.
d. 2359401 : 33.
e. 113750 : 35.
f. 7201476 : 36.
g. 1843200 : 45.
h. 2300160 : 48.
i. 343024500 : 49.
k. 912800 : 56.
l. 11516400 : 63.
m. 10000000 : 64.
n. 1350000 : 72.
o. 4201680 : 84.
p. 18567300 : 91.
q. 5908320 : 99.

6)[17] a. 9102 : 123.
b. 9412 : 181.
c. 2209830 : 357.
d. 206400000 : 512.
e. 9600000 : 1024.
f. 361504 : 2054.
g. 5724108 : 703.
h. 15270965 : 1205.
i. 1409758 : 1994.
k. 6151850 : 305.
l. 11017944 : 648.
m. 607959000 : 5874.
n. 1037007360 : 2304.
o. 3620724 : 724.
p. 366804585 : 917.
q. 80318031 : 8031.
r. 276804200 : 9578.
s. 289545520 : 95876.
t. 30527893000 : 10019.
u. 25070049 : 5007.
v. 18671041 : 4321.
w. 5294625 : 2305.
x. 527922496 : 27416.
y. 238338465860 : 78034.

7)[17] a. 12750 : 250.
b. 215600 : 2800.
c. 2592000 : 3600.
d. 2340000 : 45000.
e. 184356000 : 5400.
f. 72800000 : 6400.
g. 382500 : 1170.
h. 144000000 : 25600.
i. 29646000 : 73200.
k. 1811412000 : 30150.
l. 49280400 : 7020.
m. 68890000 : 8300.
n. 432898742000 : 498760.
o. 241578561000 : 5742300.

8) a. 15748 : 25.
b. 419162 : 37.
c. 405716 : 89.
d. 4719230 : 95.
e. 403056 : 79.
f. 7481 : 524.
g. 19056 : 783.
h. 310029 : 2016.
i. 50160793 : 2085.
k. 1585003 : 317.

l. 2083869 : 4086. m. 1000000 : 27.
n. 1000000 : 37. o. 1000000 : 99.
p. 1000000 : 999. q. 15000000 : 185.

9) a. 212534 : 210. b. 671234 : 670.
c. 184520 : 1530. d. 6426017 : 6300.
e. 4176003 : 72000. f. 74025013 : 225000.
g. 6000000000 : 14000. h. 889035713 : 440000.

10) Wievielmal ist 625[17]) [4173560[17]), 957263] größer als 25 [5065, 7014]?

11) Wie oft ist 63[17]) [3609[17]), 5700] in 7497 [10051065, 436170] enthalten?

12) Der Quotient zweier Zahlen beträgt 19[17]) [908[17]) 4257]; welches ist die kleinere Zahl, wenn die größere 570 [47230528, 425700] ist?

13) Der Quotient zweier Zahlen beträgt 84 [702, 5481]; welches ist die größere, wenn die kleinere 19 [624, 742] beträgt?

14) Wie oft muß man die Zahl 95 [11111, 317409[17])] als Summand setzen, um 9500 [12344321, 162513408] zu erhalten?

15) Welches ist der 24[17]) [137[17]), 367[17])]te Teil von 1536 [27400, 134689]?

16) Der wievielte Teil von 729[17]) [5600[17]), 2322576] ist 27 [112, 1524]?

17) Mit welcher Zahl muß man 93[17]) [64[17]), 731] multiplizieren, damit man 2325 [1000000, 9200] erhalte?

18) Durch welche Zahl muß man 52425[17] [30000000[17]) 82947] dividieren, damit man 225 [384 854] erhalte?

19) Eine Anzahl von 4000 [4033[17])] Personen wird in 25 [109] Abteilungen geteilt; wieviel Personen treffen auf eine Abteilung?

20) Unter wieviel Personen kann man 9000 [20000] Suppenportionen austeilen, wenn jede Person 24 [33] Portionen erhalten soll?

21) Wieviel Dutzend à 12 Stück und Groß à 144 Stück sind 18000 [10000] Stück Stahlfedern?

22) Es sollen 8000 [13570] Pflastersteine weggefahren werden; wieviel Fuhren sind notwendig, wenn auf eine Fuhr 32 [40] Stück geladen werden können?

VII. Die vier Rechnungsarten in Verbindung.

§ 26. Man unterscheidet die vier Rechnungsarten in zwei Stufen:

erste Stufe: Addition und Subtraktion,
zweite Stufe: Multiplikation und Division.

Ferner unterscheidet man:
direkte Rechnungsarten: Addition und Multiplikation,
umgekehrte Rechnungsarten: Subtraktion und Division.

§ 27. Zahlenausdruck überhaupt nennt man die Verbindung zweier oder mehrerer Zahlen durch irgendwelche Operationszeichen.

Man unterscheidet einfache Zahlenausdrücke und zusammengesetzte.

1) Die einfachen Zahlenausdrücke sind:
die Summe, z. B. $7 + 6$,
die Differenz, z. B. $9 - 4$,
das Produkt, z. B. $7 \cdot 8$,
der Quotient, z. B. $21 : 3$.

2) Die zusammengesetzten Zahlenausdrücke sind aus den einfachen zusammengesetzt. Man unterscheidet wiederum:

a) Zahlenausdrücke der ersten Stufe, das sind solche, in denen nur Operationen der ersten Stufe vorkommen; z. B.

$$9 + 5 - 4 - 3.$$

Wir kennen dieselben unter dem Namen Aggregat in IV.

b) Zahlenausdrücke der zweiten Stufe, das sind solche, in denen nur Operationen der zweiten Stufe vorkommen; z. B.

$$15 : 5 \cdot 4 : 3.$$

c) Zahlenausdrücke gemischter Art, das sind solche, in denen Operationen beider Stufen vorkommen; z. B.

$$24 + 3 \cdot 7.$$
$$16 \cdot 5 - 12 : 4.$$

§ 28. Bei Zahlenausdrücken der zweiten Stufe ist die Reihenfolge der Multiplikationen und Divisionen gleichgiltig.

Z. B. $15 : 5 \cdot 4 : 3 = 3 \cdot 4 : 3 = 12 : 3 = 4.$
$= 60 : 5 : 3 = 12 : 3 = 4.$
$= 5 : 5 \cdot 4 = 1 \cdot 4 = 4.$ u. s. w.

Sollen einzelne Verbindungen vor andern ausgeführt werden, so ist dies durch Klammern angedeutet.

Z. B. $60 : (2 \cdot 5) = 60 : 10 = 6.$

$54 : [27 : (3 \cdot 3)] = 54 : [27 : 9] = 54 : 3 = 18.$

§ 29. Bei Zahlenausdrücken gemischter Art ist die Reihenfolge der Operationen nicht gleichgiltig.

Damit man diese Reihenfolge erkenne, sind folgende Regeln vereinbart:

1) **Die Operationen der zweiten Stufe haben den Vorrang vor den Operationen der ersten Stufe;** z. B.

24 + 3 · 7 = 24 + 21 = 45.
16 · 5 — 12 : 4 = 80 — 3 = 77.

2) **Soll umgekehrt eine Operation der ersten Stufe vor einer Operation der zweiten Stufe den Vorrang haben, so ist dies durch Klammern angedeutet;** z. B.

(24 + 3) · 7 = 27 · 7 = 189.
(16 · 5 — 12) : 4 = (80 — 12) : 4 = 68 : 4 = 17.

Übung.

1) Berechne: **a.** 15 · 4 : 5. **b.** 9 · 7 : 3.
c. 8 · 7 : 14. **d.** 9 · 8 : 12.
e. 14 : 35 · 5. **f.** 33 : 44 · 8.
g. 28 · 15 : 7 : 3. **h.** 39 · 57 : 13 : 3.
i. 51 : 17 · 56 : 14. **k.** 125 : 25 : 5 · 75.
l. 144 : 14 : 27 · 21. **m.** 360 : 8 : 9 : 5.

2) Berechne: **a.** 14 : (7 · 2). **b.** 78 : (2 · 13).
c. 24 : (4 · 3) · 5. **d.** (22 · 5) : (5 · 11).
e. (26 : 2) : (65 : 5). **f.** (68 : 8 · 2) : (170 : 30 · 3).
g. [15 · (4 · 3) : (9 · 4)] : [49 : (28 : 4) : (56 : 8) · 5][18]).
h. 75 : [45 : (9 · 3) · (57 : 19)] : [66 : (75 : 5) · (25 : 5)] · 22[19]).

3) Nimm den Quotienten von 15 und 5*) [60 und 12, 180 und 20] 6 [15, 18] mal.

4) Was erhält man, wenn man das Produkt aus 18 und 70 [121 und 14] durch das Produkt aus 14 und 30 [77 und 22] dividiert?

5) Wie oft ist der Quotient aus 24 und 8*) [120 und 12] in dem Quotienten aus 42 und 7*) [100 und 10] enthalten?

6) Multipliziere das Produkt aus 4 und 3 [9 und 5, 7 u. 15] mit einer Zahl, welche der fünfte Teil ist von 25 [35, 105].

7) Berechne: **a.** 17 · 3 + 9. **b.** 21 · 5 — 5.
c. 129 : 3 — 1. **d.** 81 : 3 + 6.
e. 1 + 2 · 3. **f.** 12 — 20 : 2.
g. 29 — 81 : 9. **h.** 37 + 50 : 10.

---

*) Der Dividend ist voraus genannt.

8) Berechne: a. $24 \cdot 5 - 25 \cdot 4$. b. $69 : 23 - 15 : 5$.
c. $57 - 18 : 3 + 16 : 4$ d. $19 \cdot 4 - 21 : 7 + 35 : 5$.
e. $94 - 19 \cdot 5 + 2 : 2$. f. $-22 : 11 - 12 \cdot 3 + 120 : 3$.
g. $5 \cdot 12 \cdot 3 - 7 \cdot 3 \cdot 5 - 2 \cdot 10 + 6 \cdot 4$.
h. $9 : 3 \cdot 14 + 12 : 6 \cdot 17 - 9 \cdot 8 : 4 + 15 : 15$.
i. $4 \cdot 8 - 5 \cdot 6 + 2 \cdot 7 : 14 - 5 \cdot 6 : 2 : 5$.
k. $2 \cdot 16 : 8 - 5 \cdot 8 : 10 + 12 : 3 : 5 \cdot 20$.

9) Berechne: a. $17 \cdot (2 + 9)$. b. $21 \cdot (5 - 5)$.
c. $81 : (3 + 6)$. d. $(1 + 2) \cdot 3$.
e. $120 : (15 - 3)$. f. $280 : (50 + 6)$.
g. $(17 + 5) : 11$. h. $(24 - 3) : 7$.

10) Berechne: a. $(19 + 6) . (14 + 3)$.
b. $(1734 + 2521) \cdot (4109 - 2347)$. c. $(57 + 13) : (35 - 25)$.
d. $(4916 - 4116) : (2537 - 2437)$.
e. $(23 + 7) \cdot 9 - (17 - 2) \cdot 5 + (29 - 9) : 10 - (11 - 1) : 5$.
f. $5 \cdot (18 + 2) - 1200 : (7 - 3) + (142 + 16) \cdot (127 - 122)$.
g. $(39 - 3) : (10 + 2) - (17 - 1) : (11 - 3)$
$- (19 + 4) : (27 - 4)$.
h. $(13 - 6) \cdot (15 + 5) - (12 - 2) \cdot (9 + 2)$
$+ (41 - 3) \cdot (7 - 7)$.
i. $(24 + 11) : 7 - (12 - 9) \cdot (15 + 6) + 9 \cdot (11 + 2)$.
k. $(31 - 1) : (29 + 1) - (28 + 11) : (50 - 11)$
$+ (3 - 2) \cdot (2 - 2)$.

11) Berechne: a. $(24 + 3) : (5 + 4) \cdot (2 + 3)$.
b. $(16 + 5) : (3 - 2) : (6 + 1)$.
c. $(19 + 2) : (5 + 7) \cdot (3 - 3)$.
d. $(9 + 11 - 3) \cdot (15 - 16 + 5)$.
e. $(-14 + 17 + 9 - 6) : (21 + 9 - 15 - 13)$.
f. $(12 + 7 - 13) \cdot (3 + 8) - (24 + 9 - 3)$
$: (5 + 11 - 6)$.
g. $(13 - 5 + 7 - 9) : (2 + 5 - 5) - (9 - 4$
$+ 7 - 2) : (-8 + 13) + (24 + 16 - 19$
$- 21) : (412 + 987)$.
h. $(1 + 2 \cdot 3) \cdot 4 - (4 \cdot 3 - 2) : (5 \cdot 7 - 6 \cdot 5)$.
i. $(6 \cdot 9 + 12 : 2 - 120 : 8) : (-7 \cdot 6 + 25 \cdot 2$
$+ 11 : 11)$.

12) Berechne: a. $(19 + 5 : 5) \cdot [21 - (15 + 7)$
$: (9 + 2) - 15] + 6$[20].
b. $[64 : 16 + (9 + 3) : (8 - 2)] \cdot [(45 \cdot 2 - 12 . 5)$
$\cdot (3 - 2) + 20 : 4] - 1$[21].

c. $229 - \left[15 - (17 - 3) : 7\right] \cdot \left[18 - (57 - 7 \cdot 6) : 5\right]$
$+ \left[(27 : 3 - 35 : 5) \cdot (4 + 6 \cdot 3 - 3 \cdot 4)\right.$
$\left.+ 2 \cdot 5\right] : (5 - 4)$[22].

d. $\left[\left((2 + 3) \cdot (3 + 4) - (4 + 6) \cdot (-5 + 6)\right)\right.$
$\left.\cdot \left((9 - 2) \cdot 3 + 4\right)\right] : \left[\left((6 \cdot 3 + 10 : 5)\right.\right.$
$\left.\left.\cdot (7 - 2) + 5 \cdot 5\right) \cdot \left(9 \cdot 8 - 17 \cdot 4\right) + 625 : 5\right]$
$- 1$[23].

e. $360 : \left\{120 : \left[40 : \left(9 \cdot (2 + 1) - 57 : (4 - 1)\right)\right]\right\}$
$+ 625 : \left(25 \cdot (2 + 3)\right)$[24].

f. $\left[\left((21 - 1) \cdot (7 - 3) + (13 - 3) : (11 - 9)\right)\right.$
$: \left((1 + 1) \cdot (5 - 2) - (5 + 2) : (10 - 3)\right)$
$+ \left((14 + 6) \cdot (17 - 14) - (15 - 13) \cdot (9 - 7)\right)$
$\left.: \left((12 - 7) \cdot (1 + 1) - (17 - 3) : (8 - 1)\right)\right] : 8$
$- \left[\left((11 + 19) \cdot (5 - 3) - (15 + 3) : (11 - 2)\right)\right.$
$: \left((35 - 5) : (1 + 4) - (20 - 4) : (9 - 5)\right)$
$- \left((6 - 1) \cdot (1 + 4) - (3 - 1) \cdot (11 - 9)\right)$
$\left.: \left((16 - 7) : (7 + 2) + (7 + 1) : (7 - 3)\right)\right] : 11$[25].

g. $\left[(531 - 39) : (326 - 289) + (610 - 53 - 46) : (80 - 56 : 8)\right]$
$\cdot \left[2 \cdot (3 \cdot 31 - 2 \cdot 29) - 3 \cdot (3 \cdot 49 - 5 \cdot 19 - 115 : 5)\right]$
$- (65 \cdot 2 \cdot 7 - 9 \cdot 5 \cdot 19) \cdot \left[(10 + 1) \cdot (327 - 316)\right.$
$\left.- (1 + 3 \cdot 3) \cdot (20 - 2 \cdot 5)\right]$[25a].

13) Welches ist der Unterschied der Produkte aus 7 und 4 [15 und 9, 124 und 19] einerseits, 8 und 3 [16 und 7, 97 und 12] andererseits?

14) Was erhält man, wenn man zu dem Produkte aus 4 und 5 [10 und 9, 11 und 216] den Quotienten aus 35 und 5*) [99 und 11, 512 und 16] addiert?

15) Was ist die 3 [15, 17] fache Summe aus 21 und 8 [54 und 9, 531 und 207]?

16) Wie groß ist der 5 [11, 21]te Teil des Unterschiedes zwischen 95 und 80 [654 und 533, 907 und 739]?

17) Was ergibt das Produkt der Summe aus 19 und 11 [27 und 13, 109 und 23] mit dem Unterschiede zwischen 25 und 16 [67 und 43, 211 und 169]?

---

*) Der Dividend ist voraus genannt.

18) Wie oft ist der Unterschied zwischen 34 und 27 [57 und 44, 95 und 70] in der Summe aus 40 und 23 [90 und 40, 400 und 100] enthalten?

19) Was ist der Unterschied zwischen der dreifachen Summe aus 19 und 16 [54 und 22, 37 und 13] und dem fünften Teil der Differenz zwischen 27 und 12 [216 und 111, 94 und 59]?

20) Es soll zum zehnfachen Unterschiede der Zahlen 36 und 25 [74 und 39, 56 und 43] der fünfte Teil der Summe aus 16 und 19 [24 und 36, 75 und 70] addiert werden.

21) Was erhält man, wenn man den 18^{ten} Teil der Summe aus 1478 und 9754 [727 und 497[26]] von dem 11 fachen Unterschiede zwischen 979 und 1567 [310 und 279] subtrahiert und die so erhaltene Differenz mit derjenigen Zahl multipliziert [durch diejenige Zahl dividiert], welche um 15 kleiner ist als das Produkt der Zahlen 7 und 4?

22) Was erhält man, wenn man von der 25 fachen Summe aus 15 und 23 den 30^{ten} Teil des Unterschiedes zwischen 9743 und 2243 subtrahiert und diese Differenz durch den Unterschied der Produkte von 5 und 11 einerseits, 4 und 5 andererseits dividiert?[27]

23) Welche Zahl gibt durch 19 [34, 127] dividiert 7 [30, 53] zum Quotienten und läßt 12 [26, 100] als Rest?

24) Durch welche Zahl muß man 150 [1719, 6000] dividieren, damit man 12 [70, 59] zum Quotienten und 6 [39, 41] als Rest erhalte?

25) Teile die Zahl 23 [158, 267] so in zwei Teile, daß der eine Teil um 5 [44, 123] größer ist als der andere.

26) Es soll die Zahl 1213 [1000] so in drei Teile geteilt werden, daß der erste Teil um 92 [150], der zweite um 80 [109] größer ist als der dritte.

27) Es soll 948 [6147] in drei Teile geteilt werden derart, daß der zweite den ersten und ebenso der dritte den zweiten um 104 [281] übertrifft.

28) Von den drei Teilen der Zahl 622 [2000] ist der zweite um 23 [210] kleiner, der dritte aber um 15 [83] größer als der erste. Welches sind diese Teile?

29) 720 [10000] in fünf Teile zu zerlegen, so daß jeder folgende um 12 [100] größer ist als der vorhergehende.

30) Die Zahl 24 [93, 147] soll in zwei Teile zerlegt werden, daß der eine Teil doppelt so groß ist als der andere.

31) Die Zahl 100 [567, 363] so in zwei Teile zu teilen, daß der eine 3 [6, 10] mal so groß ist als der andere.

32) Eine Reihe von Zahlen beginnt mit 7 [23, 139] und steigt mit jeder Zahl um 5 [14, 23];

a. welches ist die 10te Zahl?
b. „ „ „ 15te Zahl?
c. welches ist die Summe der ersten 10 Zahlen?
d. welches ist die Summe der ersten 15 Zahlen?
e. wie können diese Summen berechnet werden, ohne daß man die sämtlichen 10 oder 15 Zahlen zu addieren braucht?

33) Eine Reihe von Zahlen beginnt mit 100 [257] und fällt mit jeder Zahl um 9 [13];
a. welches ist die 7te Zahl?
b. welches ist die 12te Zahl?
c. welches ist die Summe der ersten 7 Zahlen?
d. welches ist die Summe der ersten 12 Zahlen?
e. wie bei 32.

34) Eine Reihe von Zahlen beginnt mit 18 [200] und steigt mit jeder Zahl um 12 [25];
a. die wievielte Zahl ist 192 [1000]?
b. die wievielte Zahl ist 312 [775]?

35) Eine Reihe von Zahlen beginnt mit 500 [324] und fällt mit jeder Zahl um 15 [27];
a. die wievielte Zahl ist 200 [54]?
b. die wievielte Zahl ist 5 [0]?

36) In der ersten Klasse eines Gymnasiums sind 54 [45] Schüler; in der zweiten Klasse sind um den neunten Teil [15ten Teil] weniger als in der ersten; in der dritten um den achten Teil [7ten Teil] weniger als in der zweiten; in der vierten Klasse sind um den siebenten Teil [12ten Teil] weniger als in der dritten. Wieviel Schüler sind an der Anstalt?

37) Es fahren drei Fuhrleute mit Getreide zur Stadt; jeder folgende hat um 2 [3] Säcke mehr geladen als der vorausgehende; im ganzen sind es 51 [72] Säcke. Wieviel Säcke hat jeder?

38) Bruder und Schwester sind zusammen 20 [18] Jahre alt; der Bruder ist um 2 [4] Jahre älter als die Schwester; wie alt sind beide Geschwister?

39) In einem Dorfe sind fünf Bauern; von denselben hat jeder folgende um 4 [3] Kühe, 1 [2] Pferde und um 13 [17] Schafe mehr als der vorhergehende; im ganzen Dorfe sind 100 [75] Kühe, 15 [25] Pferde und 865 [1000] Schafe; wieviel Kühe, Pferde, Schafe hat jeder Bauer?

40) Der Erfinder des Schachspiels soll von einem König von Indien als Belohnung erbeten haben, daß er auf das erste Feld seines Schachbretts ein Waizenkorn erhalte, auf das zweite Feld zwei Waizenkörner und so fort auf jedes folgende Feld doppelt soviel Körner als auf das vorhergehende.

a. Wieviel Körner kämen auf das 10te Feld?
b. " " " " " 16te "
c. " " " " " 20te "

41) Berechne a. $a \cdot b + c \cdot d$

a = 5	b = 4	c = 7	d = 9.
a = 17	b = 8	c = 27	d = 13.

b. $a \cdot b - c \cdot d$

a = 15	b = 14	c = 25	d = 8.
a = 37	b = 4	c = 49	d = 3.

c. $a : b - c : d$

a = 45	b = 9	c = 256	d = 16.
a = 1000	b = 8	c = 300	d = 4.

d. $a : b + c : d$

a = 51	b = 3	c = 84	d = 6.
a = 512	b = 32	c = 464	d = 29.

42) Berechne: a. $(a + b) \cdot (c + d)$

a = 53	b = 27	c = 46	d = 34.
a = 347	b = 278	c = 37	d = 11.

b. $(a + b) \cdot (c - d)$

a = 71	b = 29	c = 47	d = 13.
a = 53	b = 72	c = 157	d = 149.

c. $(x + y) : (u - v)$

x = 21	y = 39	u = 17	v = 13.
x = 213	y = 306	u = 523	v = 4.

d. $(x - y) : (u + v)$

x = 1347	y = 947	u = 32	v = 68.
x = 97	y = 52	u = 32	v = 13.

e. $(a + b) \cdot (a + b)$

a = 12	b = 5.
a = 27	b = 10.

f. $(a - b) \cdot (a - b)$

a = 36	b = 19.
a = 121	b = 98.

g. $(a + b) \cdot (a - b)$

a = 57	b = 43.
a = 69	b = 21.

VIII. Vielfache und Teiler.

§ 30. Ein Vielfaches einer gegebenen Zahl heißt eine solche Zahl, in welcher die gegebene Zahl als Faktor enthalten ist; z. B.

24 ist ein Vielfaches von 8, weil $8 \cdot 3 = 24$,
60 " " " " 12, " $12 \cdot 5 = 60$.

In einem erweiterten Sinn rechnet man auch die gegebene Zahl selbst zu ihren Vielfachen; es ist nämlich z. B. 11 · 1 = 11, also 11 ein Vielfaches von 11. —

Jede Zahl hat unendlich viele Vielfache.

Vielfache von 15 sind: (15), 30, 45, 60, 75, 90 . . .
" " 25 " : (25), 50, 75, 100, 125, 150 . . .

§ 31. Ein gemeinschaftliches Vielfaches zweier oder mehrerer Zahlen heißt eine Zahl, welche ein Vielfaches ist von jeder der gegebenen Zahlen; z. B.

Vielfache von 12 sind: (12), 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108 . . .
" " 18 " : (18), 36, 54 72, 90, 108 . . .

Es sind also 36, 72, 108 . . . . . gemeinschaftliche Vielfache von 12 und 18.

Gemeinschaftliche Vielfache von $\left.\begin{cases}12\\15\\20\end{cases}\right\}$ sind: 60, 120 . . . . .

Zwei oder mehrere Zahlen haben immer unendlich viele gemeinschaftliche Vielfache.

Unter diesen unendlich vielen gemeinschaftlichen Vielfachen ist von besonderer Wichtigkeit das kleinste gemeinschaftliche Vielfache.

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von 12, 15, 20 ist 60.
" " " " " 21, 35, 42 " 210.
" " " " " 6, 8, 12, 24 " 24.

Alle andern gemeinschaftlichen Vielfachen sind Vielfache des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen.

§ 32. Ein Teiler einer gegebenen Zahl heißt eine solche Zahl, welche in der gegebenen Zahl als Faktor enthalten ist; z. B.

7 ist ein Teiler von 35, weil 7 · 5 = 35.
19 " " " " 76, " 19 · 4 = 76.

Im erweiterten Sinne zählt man zu den Teilern einer Zahl auch die Zahl selbst nebst der Einheit; es ist nämlich z. B.

17 · 1 = 17 also 17 ein Teiler von 17,
und ebenso 1 " " " 17.

Außer diesen zwei (uneigentlichen) Teilern, welche einer jeden Zahl zukommen, kann eine Zahl mehrere, einen oder gar keinen Teiler haben. Z. B.

Teiler von 24 sind: (24), 12, 8, 6, 4, 3, 2, (1)
" " 21 " : (21), 7, 3, (1).
" " 25 " : (25), 5, (1).
" " 11 " : (11), (1).

Solche Zahlen, welche — sich selbst und die Einheit ausgenommen — keinen Teiler haben, heißen *absolute Primzahlen*.

Absolute Primzahlen sind: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19...

Man bemerke noch z. B.

42 ist ein Vielfaches von 6 und umgekehrt
6 „ „ Teiler „ 42.

§ 33. Ein gemeinschaftlicher Teiler zweier oder mehrerer Zahlen heißt eine Zahl, welche ein Teiler ist von jeder der gegebenen Zahlen; z. B.

Teiler von 60 sind: (60), 30, 20, 15, 12, 10, 6, 5, 4, 3, 2, (1);
„ „ 36 „ : (36), 18, 12, 9, 6, 4, 3, 2, (1).

Es sind also: 12, 6, 4, 3, 2, (1) gemeinschaftliche Teiler von 60 und 36.

Die Einheit ist gemeinschaftlicher (uneigentlicher) Teiler sämtlicher Zahlen.

Von der Einheit abgesehen, können zwei oder mehrere Zahlen mehrere, einen oder gar keinen gemeinschaftlichen Teiler haben. Z. B.

Gemeinschaftliche Teiler von 32, 48, 64 sind: 16, 8, 4, 2, (1).
„ „ „ 15, 30, 45 „ : 15, 5, 3, (1).
„ „ „ 57, 76, 95 „ : 19, (1).
„ „ „ 25, 36, „ : (1).

Unter mehreren gemeinschaftlichen Teilern ist von besonderer Wichtigkeit der *größte gemeinschaftliche Teiler*.

Alle andern gemeinschaftlichen Teiler sind Teiler des größten gemeinschaftlichen Teilers.

Zwei oder mehrere Zahlen, welche außer der Einheit keinen gemeinschaftlichen Teiler haben, heißen *relative Primzahlen*.

Z. B. 7 und 11; 13, 17, 19; 12 und 35; 24, 25, 36; 24, 33, 55.

Übung.

1) Bilde die Reihe der Vielfachen von
a. 5. **b.** 7. **c.** 9. **d.** 13. **e.** 17. **f.** 25.

2) Bilde von folgenden Zahlengruppen die Reihe der Vielfachen und bestimme das kleinste gemeinschaftliche Vielfache sowie die nächsten andern gemeinschaftlichen Vielfachen:
a. 3 und 5. **b.** 11 und 12. **c.** 14 und 19.
d. 15 „ 20. **e.** 18 „ 24. **f.** 30 „ 40.
g. 20, 15, 12. **h.** 6, 10, 15. **i.** 15, 21, 35.
k. 60, 45, 40. **l.** 60, 30, 20, 15. **m.** 150, 75, 50, 30.
n. 6, 10, 14, 15, 21, 35.

3) Gieb von folgenden Zahlen die Teiler an:

a. 30.	b. 33.	c. 36.	d. 40.	e. 45.
f. 48.	g. 49.	h. 50.	i. 60.	k. 64.
l. 70.	m. 72.	n. 75.	o. 91.	p. 100.

4) Gieb von folgenden Zahlengruppen die Teiler an, und bemerke den größten gemeinschaftlichen Teiler, sowie die andern gemeinschaftlichen Teiler:

a. 40 und 30.	b. 45 und 60.	c. 60 und 84.
d. 63 „ 84.	e. 75 „ 100.	f. 49 „ 91.
g. 25 „ 81.	h. 37 „ 40.	i. 43 „ 67.
k. 54, 72, 90.	l. 55, 66, 77.	m. 20, 36, 27.
n. 75, 90, 105, 120.		o. 77, 84, 91, 98, 105.

5) Bildung der Primzahlen.

Schreibe alle Zahlen hin

a. von 1 bis 100.
b. „ 1 „ 200.
c. „ 1 „ 500.

Streiche alle Vielfachen von 2, dann von 3, dann von 5 u. s. w. Die stehenbleibenden Zahlen sind Primzahlen.

IX. Teilbarkeit.

§ 34. Eine Zahl heißt durch eine andere teilbar, wenn die letztere ein Teiler ist der ersteren; z. B. 24 ist durch 8 teilbar.

Zur Erkennung der Teilbarkeit gibt es für einzelne Teiler besondere einfache Kennzeichen.

Es ist 10 = 2 · 5, 100 = 4 · 25, 1000 = 8 . 125 u. s. w. Also ist die Zahl 10 durch 2 und 5, die Zahl 100 durch 4 und 25, die Zahl 1000 durch 8 und 125 u. s. w. teilbar. Hieraus folgt:

1) **Eine Zahl ist durch zwei oder durch fünf teilbar, wenn ihre letzte Stelle durch 2 oder durch 5 teilbar ist;** z. B. 12, 364, 1598, 4170,
oder 75210, 13135 u. s. f.

Die durch 2 teilbaren Zahlen heißen grade, die durch 2 nicht teilbaren Zahlen heißen ungrade Zahlen.

2) **Eine Zahl ist durch vier oder durch fünfundzwanzig teilbar, wenn ihre zwei letzten Stellen zusammengelesen durch 4 oder 25 teilbar sind;** z. B. 212, 1016, 3940, 4500,
oder 375, 1350, 7900 u. s. f.

3) **Eine Zahl ist durch acht oder durch hundertfünfundzwanzig teilbar, wenn ihre drei letzten Stellen zusammengelesen durch 8 oder durch 125 teilbar sind**; z. B. 9464, 2512, 6744, 19000,
oder 4375, 17625, 28000 u. s. f.

§ 35. Es ist

$10 = 9 + 1,$	$100 = 99 + 1,$	$1000 = 999 + 1,$
$20 = 2 \cdot 9 + 2,$	$200 = 2 \cdot 99 + 2,$	$2000 = 2 \cdot 999 + 2,$
$30 = 3 \cdot 9 + 3,$	$300 = 3 \cdot 99 + 3,$	$3000 = 3 \cdot 999 + 3,$
u. s. f.	u. s. f.	u. s. f.

also z. B. $576 = (5 \cdot 99 + 7 \cdot 9) + (5 + 7 + 6).$

Da die Zahlen 9, 99, 999 . . . . durch 3 und 9 teilbar sind, so folgt:

Eine Zahl ist durch drei oder durch neun teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 oder durch 9 teilbar ist. — Die Quersumme einer Zahl erhält man, wenn man die einzelnen Stellen ohne Rücksicht auf die Ordnung der Einheiten addiert. — Z. B. 15, 621, 795 (Quersummen 6, 9, 21),
oder 5121, 6273, 59355 (Quersummen 9, 18, 27).

§ 36. Es ist:

$10 = 11 - 1,$	$20 = 2 \cdot 11 - 2,$	$30 = 3 \cdot 11 - 3$
$100 = 99 + 1,$	$200 = 2 \cdot 99 + 2,$	$300 = 3 \cdot 99 + 3$
$1000 = 1001 - 1,$	$2000 = 2 \cdot 1001 - 2,$	$3000 = 3 \cdot 1001 - 3$
$10000 = 9999 + 1,$	$20000 = 2 \cdot 9999 + 2,$	$30000 = 3 \cdot 9999 + 3$
u. s. f.	u. s. f.	u. s. f.

also z. B.
$1936 = (1001 + 9 \cdot 99 + 3 \cdot 11) + (-1 + 9 - 3 + 6).$

Da die Zahlen 11, 1001, ... ebenso 99, 9999 . . . . . durch 11 teilbar sind, so folgt:

Eine Zahl ist durch elf teilbar, wenn die Differenz der Quersummen der ungraden und graden Stellen durch 11 teilbar ist. — Ungrade Stellen sind die Einer, Hunderter u. s. f., grade Stellen die Zehner, Tausender u. s. f.

Z. B. 37917 (Quersummen-Differenz $19 - 8 = 11$)
2653376 („ „ $16 - 16 = 0$).

§ 37. Für die Teilbarkeit durch andere Primzahlen wie 7, 13 . . . . hat man keine hinreichend einfachen Kennzeichen.

Für die Teiler 6, 10, 12 u. s. w. lassen sich die Kennzeichen der Teilbarkeit leicht aus den obigen Kennzeichen zusammenstellen. — Ist nämlich eine Zahl durch zwei relative Primzahlen teilbar, so ist sie auch durch ihr Produkt teilbar; z. B. 144 ist teilbar durch 4 und 9, also auch teilbar durch 36.

Übung.

1) Welche von folgenden Zahlen sind teilbar

a. durch 2? 158, 2047, 900, 5039;
b. „ 3? 456, 71136, 80451, 9004, 52003;
c. „ 4? 948, 2016, 4945,8714, 25000;
d. „ 5? 9075, 12050, 3724, 2015;
e. „ 6? 6108, 1524, 4653, 7402, 9415;
f. „ 7? 217, 168, 204, 9751, 4208;
g. „ 8? 544, 7128, 9456, 2516, 7000, 23402, 19157;
h. „ 9? 4671, 3312, 74844, 25034, 67422;
i. „ 10? 150, 200, 615, 5000, 3703;
k. „ 11? 6523, 60577, 30910, 2517;
l. „ 12? 1236, 4152, 3429, 426, 4059;
m. „ 15? 525, 6120, 4143, 832;
n. „ 18? 8172, 32310, 6852, 37413.

2) Deßgleichen

a. durch 20? 3740, 2590, 5413;
b. „ 21? 7287, 5040, 3164;
c. „ 22? 6974, 74008, 50413;
d. „ 24? 42000, 62736, 6435;
e. „ 28? 490056, 2135, 2703;
f. „ 30? 32340, 27650, 43413;
g. „ 33? 219945, 104346, 24148;
h. „ 35? 914270, 168705, 2301;
i. „ 36? 227484, 1205208, 14306;
k. „ 44? 31504, 1482976, 741352;
l. „ 45? 24705, 414720, 557613;
m. „ 50? 43700, 610750, 123420;
n. „ 60? 412320, 5210340, 304563;
o. „ 72? 215064, 645912, 110432;

X. Primfaktoren.

§ 38. Eine Zahl, die keine absolute Primzahl ist, läßt sich als ein Produkt darstellen, dessen sämtliche Faktoren absolute Primzahlen sind. Man nennt dieses eine Zahl in Primfaktoren zerlegen.

Z. B. $24 = 2 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3.$

$60 = 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5.$

$4900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2.$

§ 39. Durch Zerlegung in Primfaktoren können wir zu zwei oder mehreren Zahlen sowohl das kleinste gemeinschaftliche Vielfache als auch den größten gemeinschaftlichen Teiler finden:

1) **Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache zweier oder mehrerer Zahlen erhält man, indem man die höchsten Potenzen der in den Zahlen vorkömmenden Primfaktoren zu einem Produkt zusammenstellt.**

2) **Den größten gemeinschaftlichen Teiler zweier oder mehrerer Zahlen erhält man, indem man die niedrigsten Potenzen der in sämtlichen Zahlen vorkommenden Primfaktoren zu einem Produkt zusammenstellt.**

Z. B. Zu den Zahlen: 60, 72, 84, 96 das kleinste gemeinschaftliche Vielfache und den größten gemeinschaftlichen Teiler zu finden.

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5.$$
$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2.$$
$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7.$$
$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3.$$

Kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches: $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 10080.$
Größter gemeinschaftlicher Teiler: $2^2 \cdot 3 = 12.$

§ 40. Durch Zerlegung in Primfaktoren kann man auch die *sämtlichen Teiler einer Zahl* herstellen. Teiler einer Zahl sind nämlich:

a. die einzelnen Primfaktoren selbst sowie ihre Potenzen, soweit sie in der Zahl vorkommen;

b. die Produkte, die aus den einzelnen Primfaktoren und ihren Potenzen gebildet werden können.

Z. B. $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

Teiler von 60 sind: $2, 2^2 = 4, 3, 5.$

$2 \cdot 3 = 6, \quad 2 \cdot 5 = 10, \; 3 \cdot 5 = 15, \; 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30.$

$2^2 \cdot 3 = 12, \; 2^2 \cdot 5 = 20, \; 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60.$

Einfacher verfährt man indes, wenn man die fragliche Zahl der Reihe nach durch ihre Primfaktoren und deren Produkte dividiert. Es bilden dann die Divisoren eine steigende, die Quotienten eine fallende Reihe von Teilern der fraglichen Zahl.

Z. B. Teiler von 300 sind:

(1), 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20
(300), 150, 100, 75, 60, 50, 30, 25, 20, 15

Übung.

1) Zerlege in Primfaktoren alle Nichtprimzahlen von 1 bis 100.

2) Desgleichen:

a. 105. **b.** 108. **c.** 110. **d.** 115. **e.** 119.
f. 120. **g.** 125. **h.** 128. **i.** 135. **k.** 140.

l. 144. m. 148. n. 150. o. 160. p. 168.
q. 175. r. 180. s. 200.

3) Desgleichen:

a. 210.	b. 220.	c. 225.	d. 240.
e. 245.	f. 250.	g. 270.	h. 276.
i. 280.	k. 300.	l. 320.	m. 330.
n. 360.	o. 375.	p. 400.	q. 450.
r. 480.	s. 490.	t. 500.	u. 512.

4) Desgleichen:

a. 1024.	b. 4096.	c. 1536.	d. 1600.
e. 1200.	f. 2000.	g. 1728.	h. 2500.
i. 1125.	k. 2025.	l. 4400.	m. 9900.
n. 10800.	o. 10000.	p. 1375.	q. 12600.
r. 2310.	s. 24000.	t. 3125.	u. 15625.

5) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache zu:

a. 15, 24, 30, 45, 60. b. 6, 9, 12, 18, 30, 36, 45.
c. 15, 21, 35. d. 6, 10, 14, 15, 21, 35.
e. 9, 15, 18, 25, 45, 75. f. 4, 6, 9, 11, 12, 15, 18, 22, 25.
g. 75, 98, 147. h. 77, 323, 1540, 22610.
i. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 28, 30, 33, 35, 36, 40, 42, 44, 45.

6) Suche den größten gemeinschaftlichen Teiler zu:

a. 72, 96, 120, 168. b. 108, 144, 216, 252.
c. 90, 135, 180, 360, 405, 495.
d. 75, 225, 300, 525, 900, 1050.
e. 210, 630, 735, 1155, 1365, 1785.
f. 343, 392, 490, 539, 588, 735.
g. 24, 27, 33, 36, 45, 60.
h. 25, 30, 33, 36, 42, 45.

7) Gib von folgenden Zahlen die sämtlichen Teiler an:

a. 60.	b. 72.	c. 81.	d. 91.	e. 100.
f. 120.	g. 128.	h. 144.	i. 216.	k. 360.
l. 385.	m. 625.	n. 1728.	o. 17325.	p. 75600.

XI. Kettendivision.

§ 41. Die Zerlegung in Primfaktoren ist nicht immer leicht ausführbar. Daß z. B. die Zahl 1591 sich in die Faktoren 37 und 43 zerlegen läßt, ist schwer erkennbar.

Will man in einem solchen Fall untersuchen, ob zwei gegebene Zahlen einen gemeinschaftlichen Teiler haben, so dividiere man die größere Zahl durch die kleinere. Geht die Division

auf, so ist der Divisor der gesuchte gemeinschaftliche Teiler. Geht die Division nicht auf, so muß ein gemeinschaftlicher Teiler der beiden Zahlen auch ein Teiler ihres Divisionsrestes sein. Man untersucht daher in derselben Weise, ob die kleinere von den Zahlen und der Rest einen gemeinschaftlichen Teiler haben, und so fort. Dieses Verfahren heißt die Kettendivision.

Z. B. Zu den Zahlen 2491 und 893 den größten gemeinschaftlichen Teiler zu suchen.

2491 : 893 = 2. 893 : 705 = 1. 705 : 188 = 3.
Rest 705. Rest 188. Rest 141.

188 : 141 = 1. 141 : 47 = 3.
Rest 47.

47 ist somit größter gemeinschaftlicher Teiler von 47, 141, 188, 705, 893, 2491.

§ 42. Will man ferner in solchem Falle zu zwei Zahlen das kleinste gemeinschaftliche Vielfache finden, so stelle man jede als ein Produkt dar, dessen einer Faktor der größte gemeinschaftliche Teiler beider Zahlen ist; dieser größte gemeinschaftliche Teiler multipliziert mit den nicht gemeinschaftlichen Faktoren gibt dann das kleinste gemeinschaftliche Vielfache.

Z. B. 2491 = 47 · 53
893 = 47 · 19

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von 2491 und 893 ist:
47 · 53 · 19 = 47329.

Übung.

1) Suche den größten gemeinschaftlichen Teiler zu:
a. 559 u. 1591. b. 2006 u. 4071.
c. 20995 u. 30498. d. 833 u. 1309.
e. 19019 u. 25025. f. 7424 u. 7936.
g. 4259 u. 7418. h. 11356 u. 9007.
i. 17024 u. 9112. k. 294051 u. 610242.

2) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache zu:
a. 559 u. 1591. b. 5015 u. 8142.
c. 20995 u. 30498. d. 1037 u. 1769.

II. Kapitel.

Benannte Zahlen.

XII. Maßsysteme.

§ 43. Längenmaß. Einheit: das **Meter** [1 *m*], d. i. der vierzigmillionste Teil eines Erdmeridians.
1 Meter = 10 Decimeter,
1 Decimeter = 10 Centimeter [10 *cm*],
1 Centimeter = 10 Millimeter [10 *mm*],
10 Meter = 1 Dekameter,
10 Dekameter = 1 Hektometer,
10 Hektometer = 1 Kilometer [1 *km*].

$$1\ km = 1000\ m = 100000\ cm = 1000000\ mm.$$
$$1\ m = 100\ cm = 1000\ mm.$$
$$1\ cm = 10\ mm.$$

[Die Figurentafel am Schluß stellt einen Würfel vor, dessen Kante ein Decimeter].

§ 44. Flächenmaß. Einheit: das **Quadratmeter** [1 *qm*], d. i. ein Quadrat von 1 *m* Seite.
1 Quadratmeter = 100 Quadratdecimeter,
1 Quadratdecimeter = 100 Quadratcentimeter [100 *qcm*],
1 Quadratcentimeter = 100 Quadratmillimeter [100 *qmm*].
100 Quadratmeter = 1 Quadratdekameter oder 1 Ar [1 *a*],
100 Ar = 1 Quadrathektometer oder 1 Hektar [1 *ha*],
100 Hektar = 1 Quadratkilometer [1 *qkm*],

$$1\ qkm = 100\ ha = 10000\ a = 1000000\ qm.$$
$$1\ ha = 100\ a = 10000\ qm,$$
$$1\ a = 100\ qm,$$
$$1\ qm = 10000\ qcm = 1000000\ qmm.$$
$$1\ qcm = 100\ qmm.$$

[Die Figurentafel am Schluß zeigt einen Würfel; die Vorderfläche desselben ist ein Quadratdecimeter, eingeteilt in 100 Quadratcentimeter].

§ 45. Raummaß. Einheit: das **Kubikmeter** oder **Ster** [1 *cbm*], d. i. ein Würfel von 1 *m* Kante.
1 Kubikmeter = 1000 Kubikdecimeter oder Liter [1000 *l*],
1 Liter = 1000 Kubikcentimeter [1000 *ccm*],
1 Kubikcentimeter = 1000 Kubikmillimeter [1000 *cmm*].
100 Liter = 1 Hektoliter [1 *hl*].

$1\,cbm = 10\,hl = 1000\,l = 1000000\,ccm,$
$1\,hl = 100\,l = 100000\,ccm,$
$1\,l = 1000\,ccm = 1000000\,cmm,$
$1\,ccm = 1000\,cmm.$

[Die Figurentafel am Schluß zeigt ein Kubikdecimeter, eingeteilt in 1000 Kubikcentimeter].

§ 46. Gewicht. Einheit: das **Gramm** [1 *g*], d. i. das Gewicht von 1 *ccm* Wasser.

1 Gramm = 1000 Milligramm [1000 *mg*],
1000 Gramm = 1 Kilogramm [1 *kg*],
1000 Kilogramm = 1 Tonne [1 *t*].
500 *g* heißen ein Pfund,
50 *kg* oder 100 Pfund heißen ein Zentner.

$1\,t = 1000\,kg = 1000000\,g,$
$1\,kg = 1000\,g = 1000000\,mg,$
$1\,g = 1000\,mg.$

1 *ccm* Wasser wiegt 1 *g*.
1 *l* „ „ 1000 *g* = 1 *kg*,
1 *cbm* „ „ 1000 *kg* = 1 *t*.

§ 47. Geld. 1. Deutsche Währung. Einheit: die **Mark** [1 *ℳ*] = 100 Pfennig [100 *₰*]; 10 *ℳ* heißen eine Krone. Wert von 1 *kg* Feingold 2790 *ℳ*; von 1 *kg* Feinsilber 180 *ℳ*.

2. Oesterreichische Währung. Einheit: der **Gulden** [1 *fl*] = 100 Kreuzer [100 *kr*].

1 *fl* = 1 *ℳ* 70 *₰* (schwankend).

3. Französische Währung. Einheit: der **Frank** [1 *fr*] = 100 Centimes [100 *ct*].

1 *fr* = 80 *₰*.

Die französische Währung gilt in Frankreich, Belgien, Schweiz und Italien (Lire.)

§ 48. Zeit. Die Zeit wird nach den Bewegungen der Erde gemessen. Da die Erde zwei Bewegungen hat, sind auch zwei Zeiteinheiten zu unterscheiden:

1) Der Tag (1^d), d. i. die Zeit von einer Mitternacht zur andern.

1^d = 24 Stunden (24^h), 1^h = 60 Minuten (60′),
1′ = 60 Sekunden (60″). 7 Tage geben eine Woche.

2) Das Jahr, d. i. die Zeit von einem Frühlingsanfang bis zum nächsten.

1 Jahr = $365^d\ 6^h$.

Das Jahr wird in zwölf Monate eingeteilt. (Frühlingsanfang am 21. März).

Im bürgerlichen Leben rechnet man das Jahr zu 365^d und ersetzt den hiedurch bewirkten Ausfall von 6^h, indem man bei jedem vierten Jahr einen Tag — 29. Februar — einschaltet.

§ 49. Beispiele für das Anschreiben und Verwandeln benannter Zahlen:

1 *m* 75 *cm* = 175 *cm* = 1750 *mm.*
42 *m* 05 *cm* = 4205 *cm* = 42050 *mm.*
3 *km* 057 *m* = 3057 *m.*
25046 *mm* = 25 *m* 046 *mm.*
7 *qm* 0243 *qcm* = 70243 *qcm.*
19 *ha* 05 *a* 14 *qm* = 190514 *qm.*
2150400 *qm* = 2 *qkm* 15 *ha* 04 *a.*
13 *cbm* 017 *l* = 13017 *l.*
15028000 *ccm* = 15 *cbm* 028 *l.*
5 *t* 006 *kg* = 5006 *kg.*
27050000 *mg* = 27 *kg* 050 *g.*
3 ℳ 17 ₰ = 317 ₰.
8 ℳ 05 ₰ = 805 ₰.
1703 *kr* = 17 *fl* 03 *kr.*

§ 50. $2^d = (2 \cdot 24)^h = 48^h = (48 \cdot 60)' = 2880'$ u. s. w.
$1583' = (1583 : 60)^h = 25^h\ 23'$.
$700^h = (700 : 24)^d = 29^d\ 4^h$.

Bei Rechnungen mit größeren Zeiteinheiten wird meistens das Jahr zu 12 Monaten, der Monat zu 30 Tagen gerechnet.

Übung.

1) Durch eine Benennung auszudrücken:

a. 2 *m* 35 *cm.* **b.** 18 *m* 7 *cm.* **c.** 165 *m* 2 *cm.*
d. 8 *m* 732 *mm.* **e.** 11 *m* 15 *mm.* **f.** 20 *m* 7 *mm.*
g. 4 *km* 800 *m.* **h.** 13 *km* 20 *m.* **i.** 35 *km* 2 *m.*
k. 15 *km* 206 *m* 3 *cm.* **l.** 9 *km* 45 *m* 700 *mm.*

2) In mehrere Benennungen zu zerlegen:

a. 347 *cm.* **b.** 1015 *cm.* **c.** 2706 *cm.*
d. 9400 *mm.* **e.** 37060 *mm.* **f.** 519000 *mm.*
g. 24000 *m.* **h.** 9107 *m.* **i.** 12008 *m.*
k. 700502 *cm.* **l.** 23094000 *mm.*

3) Durch eine Benennung auszudrücken:

a. 5 *qm* 784 *qcm.* **b.** 92 *qm* 75 *qcm.*
c. 17 *qm* 5000 *qcm.* **d.** 43 *qm* 2 *qcm.*
e. 17 *qcm* 2 *qmm.* **f.** 1563 *qcm* 92 *qmm.*
g. 1 *a* 65 *qm.* **h.** 18 *a* 4 *qm.*

i. 23 *ha* 6 *a*. k. 37 *ha* 15 *a*.
l. 29 *ha* 8 *a* 50 *qm*. m. 13 *ha* 7 *a* 9 *qm*.
n. 1 *qkm* 5 *ha*. o. 35 *qkm* 17 *ha*.
p. 9 *qkm* 12 *ha* 4 *a*. q. 31 *qkm* 3 *ha* 6 *a*.

4) In mehrere Benennungen zu zerlegen:
a. 159000 *qcm*. b. 20000 *qcm*.
c. 240008 *qcm*. d. 1703 *qmm*.
e. 42005100 *qmm*. f. 7600080 *qmm*.
g. 943 *qm*. h. 1206 *qm*.
i. 4736 *a*. k. 209 *a*.
l. 37000 *qm*. m. 234507 *qm*.
n. 708 *ha*. o. 51000 *ha*.
p. 150350 *a*. q. 300000 *a*.
r. 27000000 *qm*. s. 5000000 *a*.

5) Durch eine Benennung auszudrücken:
a. 16 *cbm* 10 *l*. b. 21 *cbm* 600 *l*.
c. 315 *cbm* 4 *hl*. d. 12 *hl* 8 *l*.
e. 39 *cbm* 2 *hl* 14 *l*. f. 8 *cbm* 5 *hl* 3 *l*.
g. 7 *l* 800 *ccm*. h. 15 *l* 40 *ccm*.
i. 9 *l* 2 *ccm* 13 *cmm*. k. 4 *l* 700 *cmm*.

6) In mehrere Benennungen zu zerlegen:
a. 37009 *l*. b. 254087 *l*.
c. 918050 *ccm*. d. 6375400 *ccm*.
e. 125900 *ccm*. f. 8000002 *ccm*.
g. 26090 *cmm*. h. 47025000 *cmm*.

7) Durch eine Benennung auszudrücken:
a. 14 *t* 20 *kg*. b. 28 *t* 400 *kg*.
c. 380 *kg* 700 *g*. d. 95 *kg* 3 *g*.
e. 1 *t* 600 *g*. f. 2 *t* 804 *kg* 750 *g*.
g. 4 *g* 17 *mg*. h. 15 *g* 2 *mg*.
i. 3 *kg* 40 *g* 900 *mg*. k. 25 *kg* 840 *mg*.

8) In mehrere Benennungen zu zerlegen:
a. 25080 *kg*. b. 375005 *g*.
c. 294600 *mg*. d. 15071004 *g*.
e. 12914000 *mg*. f. 24384000 *g*.

9) Gib das Gewicht folgender Wasserinhalte an:
a. 29 *ccm*. b. 10 *l*. c. 5 *hl* 4 *l*.
d. 16 *cbm*. e. 31 *cbm* 15 *l*. f. 92 *hl*.
g. 2 *l* 80 *ccm*. h. 4 *l* 300 *ccm*. i. 146 *l* 250 *ccm*.

10) Durch eine Benennung auszudrücken:
a. 17 *ℳ* 30 *₰*. b. 51 *ℳ* 6 *₰*. c. 182 *ℳ* 80 *₰*.
d. 2 *fl* 46 *kr*. e. 93 *fl* 6 *kr*. f. 170 *fl* 1 *kr*.
g. 1 *fr* 80 *ct*. h. 25 *fr* 5 *ct*. i. 254 *fr* 90 *ct*.

11) In zwei Benennungen zu zerlegen:

a. 5476 ₰.	b. 8207 ₰.	c. 4000 ₰.
d. 9060 *kr*.	e. 205 *kr*.	f. 10400 *kr*.
g. 17425 *ct*.	h. 10000 *ct*.	i. 904 *ct*.

12) Durch eine Benennung auszudrücken:

a. 5′ 20″	b. 17′ 36″	c. 1^h 34′
d. 18^h 50′	e. 7^h 4′	f. 2^d 15^h
g. 3^d 7^h	h. 3^h 25′ 30″	i. 11^h 19′ 2″
k. 4^h 57″	l. 5^d 8^h 40′	m. 10^d 19^h 15′
n. 3 Jahre 5 Monate	o. 17 Jahre 10 Monate	
p. 11 Monate 21^d	q. 8 Monate 15^d	
r. 4 Jahre 7 Monate 18^d	s. 10 Jahre 9 Monate 24^d.	

13) In mehrere Benennungen zu zerlegen:

a. 97″	b. 2450″	c. 1800″
d. 100′	e. 8400′	f. 80^h
g. 254^h	h. 5112^h	i. 8650″
k. 100000″	l. 86400″	m. 2000′
n. 165^d	o. 2400^d	p. 9450^d
q. 75 Monate	r. 100 Monate	s. 2100 Monate.

XIII. Addition und Subtraktion.

§ 51. Addieren und subtrahieren lassen sich nur gleichartige Zahlen; die Summe oder Differenz ist dann mit diesen ebenfalls von gleicher Art.

Haben die Zahlen auch gleiche Benennung, so hat auch die Summe oder Differenz dieselbe Benennung.

§ 52. Mehrfach benannte Zahlen werden addiert oder subtrahiert, indem man bei der niedrigsten Ordnung beginnend die Einheiten gleicher Ordnung addiert oder subtrahiert.

Wofern bei der Subtraktion an einer einzelnen Stelle der Minuend kleiner ist als der Subtrahend, nimmt man vom Minuenden eine Einheit höherer Ordnung und reduziert sie auf die betreffenden Einheiten niedrigerer Ordnung.

157 ℳ 24 ₰	52 *kg* 718 *g*	4^h 25′ 27″
+ 256 09	+ 96 029	+ 1 48
+ 418 75	+ 154 008	+ 2 38
+ 325 94	+ 75 907	+ 52 49
= 1158 ℳ 02 ₰	= 378 *kg* 662 *g*	= 9^h 6′ 54″

757 *m* 02 *cm*	95 *hl* 00 *l*	9^d 6^h 15′
— 368 59	— 58 42	— 7 8 39
= 388 *m* 43 *cm*	= 36 *hl* 58 *l*	= 1^d 21^h 36′

Übung.

1) Addiere:

a. 16 *m* 153 *mm*, 137 *m* 052 *mm*, 598 *m* 900 *mm*, 700 *m*, 524 *mm*.

b. 12 *km* 021 *m*, 31 *km* 200 *m* 54 *cm*, 730 *m* 06 *cm*, 42 *km* 059 *m*, 8 *km* 000 *m* 79 *cm*, 988 *m* 02 *cm*.

c. 29 *qm* 7514 *qcm*, 84 *qm* 0300 *qcm*, 95 *qm* 0098 *qcm*, 104 *qm* 8200 *qcm*, 3927 *qcm*, 54 *qm* 5581 *qcm*, 93 *qm* 0010 *qcm*.

d. 23 *ha* 05 *a* 14 *qm*, 19 *ha* 98 *a* 57 *qm*, 14 *ha* 02 *a*, 35 *ha* 40 *a* 67 *qm*, 6 *ha* 69 *a* 62 *qm*, 94 *a*.

e. 705 *cbm* 023 *l*, 903 *cbm* 800 *l*, 244 *cbm*, 527 *cbm* 116 *l*, 937 *cbm* 022 *l*, 501 *cbm* 007 *l*, 995 *l*.

f. 2 *kg* 850 *g*, 11 *kg* 030 *g*, 17 *kg* 700 *g* 530 *mg*, 926 *g*, 8 *kg* 300 *g*, 45 *g* 470 *mg*.

g. 4 *t*, 7 *t* 940 *kg*, 18 *t* 360 *kg*, 700 *kg*, 34 *t*.

h. 94 ℳ 50 ₰, 294 ℳ 17 ₰, 198 ℳ 02 ₰, 354 ℳ 12 ₰,
516 „ 17 „, 1000 „ 92 „, 5148 „ 82 „, 15 „ 37 „,
56 „ 24 „, 157 „ 42 „, 3149 „ 12 „, 724 „ 36 „.

i. 34 *fl* 86 *kr*, 15 *fl* 24 *kr*, 86 *fl* 19 *kr*, 100 *fl*, 312 *fl* 94 *kr*,
27 „ 37 „, 19 „ 45 „, 72 „ 12 „, 354 „ 79 *kr*, 36 „.

k. 19 *fr* 65 *ct*, 97 *fr* 60 *ct*, 54 *fr* 24 *ct*, 75 *fr* 80 *ct*.

l. 3^h 16′ 54″, 11^h 56′, 3^h 48′ 39″ 50′ 27″

2) Subtrahiere:

a. 17 *km* 034 *m* und 12 *km* 854 *m*.
b. 39 *m* 06 *cm* „ 8 *km* 020 *m*.
c. 25 *a* 17 *qm* „ 85 *qm* 0800 *qcm*.
d. 29 *ha* 75 *a* 13 *qm* und 30 *ha*.
e. 776 *hl* 54 *l* „ 1024 *hl* 33 *l*.
f. 912 *cbm* „ 1027 *cbm*.
g. 2 *kg* 075 *g* 730 *mg* „ 1 *kg* 089 *g* 730 *mg*.
h. 254 ℳ 37 ₰ „ 516 ℳ 28 ₰.
i. 15 *fl* 98 *kr* „ 20 *fl*
k. 3000 *fr* „ 2987 *fr* 98 *ct*.
l. 5^h 34′ 16″ „ 7^h 49′ 38″.
m. 2^d 12^h 29′ „ 1^d 19^h 47′.

3) Ein Kaufmann hatte in einer Woche folgende Einnahmen: 154 ℳ 20 ₰ [250 *fl* 40 *kr*, 325 *fr* 27 *ct*], 287 ℳ 39 ₰ [157 *fl* 87 *kr*, 260 *fr* 09 *ct*], 415 ℳ 75 ₰, [95 *fl* 63 *kr*, 194 *fr* 95 *ct*], 80 ℳ 90 ₰, [112 *fl* 80 *kr*, 587 *fr* 40 *ct*], 306 ℳ 25 ₰ [217 *fl*, 892 *fr* 87 *ct*], 218 ℳ 93 ₰ [405 *fl* 08 *kr*, 95 *fr* 01 *ct*], 370 ℳ 70 ₰ [81 *fl* 06 *kr*, 198 *kr* 82 *ct*]. Welches ist seine Gesamtwocheneinnahme?

4) Zur Messung einer Strecke werden zehn Stäbe verwendet. Die Länge der letzteren beträgt: 3 *m* 74 *cm* [81 *cm* 5 *mm*], 5 *m* 09 *cm* 2 *mm* [64 *cm* 7 *mm*], 4 *m* 25 *cm* [93 *cm*], 2 *m* 78 *cm* 5 *mm* [105 *cm* 2 *mm*], 1 *m* 78 *cm* 6 *mm*, [98 *cm*], 2 *m* 94 *cm* [64 *cm* 3 *mm*], 3 *m* 25 *cm* [74 *cm*], 4 *m* [41 *cm* 6 *mm*], 2 *m* 007 *mm* [80 *cm*], 1 *m* 16 *cm* [79 *cm* 7 *mm*]. Welches ist die Länge der Strecke?

5) Ein Landgut besteht aus sieben Abteilungen zu
3 *ha* 34 *a* [1 *ha* 05 *a*], 5 *ha* 09 *a* [93 *a* 84 *qm*],
24 *ha* 10 *a* [4 *ha* 80 *a*], 84 *a* 34 *qm* [51 *a* 47 *qm*],
15 *ha* 04 *a* [2 *ha* 00 *a* 16 *qm*], 29 *a* [79 *a* 14 *qm*],
12 *ha* [1 *ha* 90 *a* 39 *qm*]. Wie groß ist das Landgut?

6) Zu einer Gasfabrik gehören drei Gasometer. Der erste faßt 5420 *cbm*, der zweite 4348 *cbm* 327 *l*, der dritte 6552 *cbm* 673 *l*. Was ist der Inhalt der drei Gasometer?

7) In einem Keller liegen acht Fässer zu: 4 *hl* 36 *l*, 5 *hl* 74 *l*, 8 *hl* 12 *l*, 3 *hl* 24 *l*, 9 *hl*, 94 *l*, 25 *hl* 46 *l*, 11 *hl* 30 *l*. Wieviel enthalten die Fässer?

8) Ein Händler fährt fünf Getreidefuhren zur Schranne zu
2 *t* 058 *kg* [846 *kg*], 1 *t* 940 *kg* [2 *t* 490 *kg*],
1 *t* 736 *kg* [1 *t*], 2 *t* 015 *kg* [1 *t* 095 *kg*],
3 *t* [2 *t* 070 *kg*]; wieviel beträgt die Lieferung?

9) In einem Laboratorium stehen vier Gefäße, das erste mit 56 *g* 063 *mg*, das zweite mit 102 *g* 024 *mg*, das dritte mit 12 *g* 974 *mg*, das vierte mit 22 *g* 803 *mg* einer Flüssigkeit gefüllt. Wie viel enthalten diese Gefäße?

10) Jemand hat in einem Monat eingenommen: 565 ℳ 57 ₰ [234 *fl* 60 *kr*, 385 *fr* 06 *ct*], ausgegeben: 473 ℳ 69 ₰ [159 *fl* 78 *kr*, 297 *fr* 89 *ct*]; wieviel bleibt in der Kassa?

11) Ein Geschäftshaus hat 347556 *fr* 24 *ct* [75276 *fl* 94 *kr*] Aktiva und 295367 *fr* 35 *ct* [52146 *fl* 67 *kr*] Passiva; welches ist der Vermögensstand?

12) In einer Stadt sind drei Türme, deren Höhe 124 *m* 50 *cm*, 82 *m* 75 *cm*, 75 *m* 90 *cm* ist; welches sind die Höhenunterschiede der drei Türme?

13) Drei Schulzimmer haben folgenden Flächeninhalt:
74 *qm* 7500 *qcm*, 56 *qm* 2400 *qcm*, 49 *qm* 3700 *qcm*. Welches sind die Größenunterschiede dieser drei Zimmer?

14) Vier Weinfässer haben folgende Inhalte: 4 *hl* 09 *l*, 3 *hl* 17 *l*, 5 *hl*, 8 *hl* 40 *l*. Aus denselben werden abgelassen: 2 *hl* 80 *l*, 2 *hl* 94 *l*, 3 *hl* 84 *l*, 7 *hl* 08 *l*. Wieviel ist noch in jedem Fasse?

15) In einem Kaufladen befinden sich morgens: 754 *kg* 300 *g* Kaffee, 1200 *kg* Zucker, 580 *kg* 450 *g* Reis. Des

Abends sind noch vorhanden: 158 *kg* 750 *g* Kaffee, 1057 *kg* 300 *g* Zucker, 297 *kg* 780 *g* Reis. Wie viel ist unter Tags verkauft worden?

16) Fläche des Königreichs Bayern:

Oberbayern:	16725	*qkm*	25	*ha*,
Niederbayern:	10759	"	11	"
Pfalz:	5928	"	24	"
Oberpfalz:	9662	"	59	"
Oberfranken:	6999	"	55	"
Mittelfranken:	7572	"	93	"
Unterfranken:	8399	"	56	"
Schwaben:	9812	"	29	"

a. Gesamtfläche des Königreichs?
b. " " der zwei altbayerischen Kreise?
c. " " der drei fränkischen Kreise?
d. " " der sieben diesrheinischen Kreise?

17) In Oberbayern ist der höchste Punkt über dem Meer die Zugspitze mit 2960 *m*, der tiefste Punkt Neuötting mit 329 *m*. In Unterfranken ist der höchste Punkt der Kreuzberg mit 907 *m*, der tiefste Aschaffenburg mit 95 *m*.

a. Höhenunterschied zwischen Zugspitze und Neuötting?
b. " " " Kreuzberg und Aschaffenburg?
c. " " " Zugspitze und Aschaffenburg?

18) Stadtgebiete in Oberbayern:

München:	46	*qkm*	30	*ha*,
Freising:	23	"	24	"
Ingolstadt:	38	"	15	"
Rosenheim:	6	"	68	"
Traunstein:	8	"	26	"
Landsberg:	29	"	63	"

a. Gesamtfläche der sechs Stadtgebiete?
b. Ueberschuß des Stadtgebietes von München über jedes der fünf andern Städte?

19) Der Schuldenstand sämtlicher Gemeinden des Königreichs Bayern ist:

	1880.				1881.			
in Oberbayern:	41222863	ℳ	18	₰.	50030566	ℳ	83	₰,
" Niederbayern:	4848630	"	83	"	5139674	"	73	"
" der Pfalz:	6993086	"	53	"	7192281	"	01	"
" der Oberpfalz:	6143508	"	90	"	6386594	"	78	"
" Oberfranken:	8063560	"	56	"	8419494	"	46	"
" Mittelfranken:	15752442	"	93	"	16336155	"	03	"
" Unterfranken:	18043346	"	11	"	18580730	"	39	"
" Schwaben:	18845686	"	70	"	19029845	"	21	"

a) Gesamtschuldenstand aller Gemeinden des Königreichs für 1880 und 1881?

b) Zunahme des Schuldenstandes von 1880 auf 1881 in jedem Kreis und im Ganzen?

20) Budget des Königreichs Bayern

	1882.	1884.
Einnahmen:	228705333 ℳ	234462573 ℳ
Ausgaben:	228466780 „	233943624 „

a) Ueberschuß der Einnahmen über die Ausgaben (Reservefond) 1882 und 1884?

b) Zuwachs der Einnahmen von 1882 bis 1884?

c) Zuwachs der Ausgaben?

d) Zuwachs des Ueberschusses?

21) Im Königreich Bayern war der Stand der Einnahmen und Ausgaben der wichtigsten Staatsanstalten folgender:

1882.

	Einnahmen.	Ausgaben.
Bergwerke:	6131770 ℳ	5203728 ℳ
Eisenbahnen:	84338216 „	50540868 „
Post:	12173556 „	11349155 „
Forsten:	22756270 „	12778395 „

1884.

	Einnahmen.	Ausgaben.
Bergwerke:	7229919 ℳ	6154234 ℳ
Eisenbahnen:	86933141 „	49756217 „
Post:	13005256 „	11711229 „
Forsten:	22818978 „	12549555 „

a) Reineinnahmen der einzelnen Anstalten 1882 und 1884?

b) Mehrung oder Minderung derselben?

22) Die Einnahmen des deutschen Reichs betragen für 1884/85 506854000 ℳ, die Ausgaben 590557000 ℳ. Wie groß ist der Ueberschuß der Ausgaben über die Einnahmen?

23) Bayerisches Eisenbahnnetz 1884: Oberbahnamt:

Augsburg: 386 *km* 214 *m*,	Nürnberg:	412 *km* 733 *m*
Bamberg: 410 „ 071 „	Regensburg:	488 „ 634 „
Ingolstadt: 394 „ 062 „	Rosenheim:	519 „ 778 „
Kempten: 406 „ 498 „	Weiden:	495 „ 646 „
München: 368 „ 029 „	Würzburg:	421 „ 962 „

a) Gesamtlänge der Eisenbahnen?

b) Unterschied der Bahnlängen für Rosenheim und München?

c) „ „ „ „ Bamberg und Würzburg?

24) Ein Zug fährt ab in München um 6 Uhr 30′ morgens, [10 Uhr 50′ morgens, 4 Uhr 45′ nachm.]. Die Fahrzeiten sind:

München—Pasing 20′. [18′. 17′]

Pasing—Planegg 16'. [15'. 15']
Planegg—Gauting 12'. [12'. 11']
Gauting—Mühlthal 10'. [10'. 9']
Mühlthal—Starnberg 8'. [10'. 8']

Welches sind die Ankunftszeiten an diesen Orten?

25) Ein Geschäftsmann eröffnet das Geschäftsjahr mit einem Kassastand von 5749 ℳ 54 ₰. Im Laufe des ersten Halbjahres gab er aus: für Einkauf von Materialien 12516 ℳ 84 ₰, für neue Werkzeuge und Maschinen 8463 ℳ 20 ₰, für Instandhaltung derselben 432 ℳ 94 ₰, für Arbeitslöhne 9348 ℳ 50 ₰, für Gehalte 1857 ℳ 30 ₰, für Mieten 3578 ℳ 20 ₰, für Zinsen 1534 ℳ 12 ₰, für eigenen Bedarf 5217 ℳ 60 ₰. Seine Einnahmen waren dagegen: für gelieferte Arbeiten 36154 ℳ 70 ₰, für verkaufte Materialien 7600 ℳ, für Zinsen und Mieten 3451 ℳ 45 ₰. Mit welchem Kassastand schloß das erste Halbjahr? Hat sich derselbe gemehrt oder vermindert und um wieviel?

25) Ein Kapitalist legt seine 150000 ℳ betragenden Kapitalien zum Teil auf Landgüter, zum Teil auf Häuser, zum Teil auf Fabriken an. Bei den Landgütern gewann er 1915 ℳ 26 ₰, bei den Häusern 13018 ℳ 67 ₰, bei den Fabriken dagegen verlor er 8025 ℳ 20 ₰. Was war dann der Stand seines Vermögens und wie groß sein Gesamtgewinn oder Verlust?

27) Ein Spekulant kauft für 45229 ℳ Kaffee, für 72028 ℳ 20 ₰ Zucker, für 16261 ℳ 10 ₰ Oel. Er verwertet den Kaffee für 54072 ℳ 90 ₰, den Zucker für 66047 ℳ 50 ₰, das Oel für 12376 ℳ 70 ₰. Was ist der Gewinn oder Verlust?

28) Bei einer Gant ergibt sich folgender Vermögensstand: Wohnhaus 34175 ℳ 40 ₰, Garten 945 ℳ 75 ₰, Geschäftslokalitäten 7435 ℳ 45 ₰, Schulden darauf in drei Posten: 12905 ℳ 40 ₰, 7205 ℳ 80 ₰, 18040 ℳ. Wert des Mobiliars: 4148 ℳ 27 ₰, der Geschäftseinrichtung 5056 ℳ 12 ₰, der vorhandenen Waren 19547 ℳ 84 ₰, Baarvorrat 712 ℳ 30 ₰, Geschäftsschulden 20514 ℳ 71 ₰, sonstige Schulden 8124 ℳ 09 ₰, verfallene Wechsel 4107 ℳ 30 ₰, rückständige Zinsen 1247 ℳ 35 ₰. Wie groß ist die Ueberschuldung?

29) Ein Haus hat drei Stockwerke nebst dem Erdgeschoß. Das zweite Stockwerk ist um 35 *cm* niedriger als das Erdgeschoß, das erste Stockwerk um 42 *cm* höher, das dritte um 15 *cm* niedriger als das zweite. Das Erdgeschoß selbst ist 3 *m* 75 *cm* hoch und liegt 84 *cm* über dem Boden. Das Dach endlich hat eine Höhe von 5 *m* 70 *cm*. Wie hoch ist das ganze Haus?

30) Ein Landgut von 74 *ha* 25 *a* wird unter vier Erben verteilt. Der erste erhält um 2 *ha* 27 *a* mehr, der dritte um

1 *ha* 15 *a* weniger als der zweite, dieser aber 19 *ha* 36 *a*. Wie groß sind die Anteile?

Anmerkung. Das Anfangsdatum eines Zeitraumes von dem Enddatum subtrahiert gibt die Länge des Zeitraumes. Z. B.: Welche Zeit liegt zwischen dem 24. Oktober 1847 und dem 15. Februar 1869?

	1869 Jahre	2 Monate	15 Tage
—	1847 „	10 „	24 „
=	21 Jahre	13 Monate	21 Tage.

Hieraus folgt:

Zum Anfangsdatum den Zeitraum addiert gibt das Enddatum; vom Enddatum den Zeitraum subtrahiert gibt das Anfangsdatum.

31) Jemand wurde geboren am 26. Januar 1811 [2. Juni 1784, 1. August 1820 nachmittags 3 Uhr] und starb am 16. Februar 1847 [30. September 1832, 4. Oktober 1820 nachmittags $\frac{1}{2}$2 Uhr]. Welches Alter erreichte er?

32) Jemand wurde geboren am 15. August 1814 [9. Januar 1824, 25. April 1809 vormittags 11 Uhr] und starb in einem Alter von 54 Jahren 9 Monaten 24^d [36 Jahren 1 Monat 29^d, 57 Jahren 11 Monaten 29^d 5^h 35′]. Wann starb er?

33) Jemand starb am 23. Mai 1864 [19. Juni 1815, 4. März 1724 mittags 12 Uhr] in einem Alter von 25 Jahren [24 Jahren 16^d, 11 Monaten 22^d 19^h 36′]. Wann wurde er geboren?

34) Die Schlacht bei Roßbach war am 5. November 1757, die Schlacht bei Jena am 14. Oktober 1806, die Schlacht bei Sedan am 1. September 1870. Welche Zeiträume liegen zwischen diesen Ereignissen?

35) Napoleon III. wurde Kaiser der Franzosen am 2. Dezember 1852 und war 17 Jahre 9 Monate und 2 Tage Kaiser. Welches war das Datum der Entthronung?

36) Am 10. Mai 1871 wurde zu Frankfurt der Friede zwischen dem deutschen Reich und der französischen Republik abgeschlossen; 55 Jahre 3 Monate und 20 Tage früher wurde zwischen den Verbündeten und Ludwig XVIII. der zweite, und wieder 1 Jahr 5 Monate 20 Tage früher zwischen denselben der erste Pariser Friede abgeschlossen. Wann waren diese Friedensschlüsse?

37) Am 2. Februar 962 wurde der deutsche König Otto I. der Große zum römischen Kaiser gekrönt. Am 6. August 1806 legte Franz II. die deutsche Kaiserkrone nieder. Wie lange dauerte sonach das heilige römische Reich deutscher Nation?

38) König Ludwig II. von Bayern wurde geboren am 25. August 1845 und übernahm die Regierung am 10. März 1864.

a) Wie alt war König Ludwig II. am Tage seines Regierungsantritts?
b) Heutiges Alter des Königs?
c) Dauer seiner Regierung?

XIV. Multiplikation.

§ 53. 7 ℳ + 7 ℳ + 7 ℳ = 7 ℳ · 3 = 21 ℳ [eigentlich 7 ℳ dreimal].

Bei der Multiplikation benannter Zahlen ist stets der Multiplikand eine benannte, der Multiplikator eine unbenannte Zahl. Das Produkt ist mit dem Multiplikanden von derselben Art und Benennung.

15 *m* · 4 = 60 *m*. 7 *l* · 300 = 2100 *l* = 21 *hl*.

§ 54. Sind mehrfach benannte Zahlen zu multiplizieren, so multipliziert man bei der niedrigsten Ordnung beginnend den Multiplikanden mit den einzelnen Stellen des Multiplikators.

754 ℳ	95 ₰	
· 127		
= 75495 ℳ	00 ₰	
+ 15099	00 „	
+ 5284	65 „	
= 95878 ℳ	65 ₰	

35 *kg*	704 *g*	090 *mg*	
		· 316	
= 214 *kg*	224 *g*	540 *mg*	
+ 357	040	900 „	
+ 10711	227	000 „	
= 11282 *kg*	492 *g*	440 *mg*	

1 *hl*	07 *l* · 3145	
= 3145 *hl*	00 *l*	
+ 220	15	
= 3365 *hl*	15 *l*	

4^h	25′	32″
		· 13
5^h	6′	416″
52	325	56
	331	
	31	
= 57 ^{h}	31′	56″

Uebung.

1) a. 27 ℳ · 4 b. 536 *m* . 9 c. 37 *a* · 12
d. 638 *ccm* · 15 e. 625 *mg* · 16 f. 134 *kg* · 80
g. 3 ℳ · 568 h. 7 *cm* · 5490 i. 80 *qcm* · 8750
k. 12 *l* . 500 l. 140 *kg* · 2380 m. 90 *fl* · 457
n. 14^h · 8 o. 27′ · 13 p. 2′ · 3476.
q. 27 ₰ · 100 r. 43 *mm* . 1000 s. 510 *g* · 10000
t. 36 *ccm* . 10000 u. 14′ · 60 v. 13^h · 24.

2) Multipliziere:
a. 54 ℳ 63 ₰ mit 27. b. 156 ℳ 25 ₰ mit 34.
c. 92 ℳ 08 ₰ mit 351. d. 700 ℳ 21 ₰ mit 650.
e. 18 *km* 046 *m* mit 207. f. 95 *m* 403 *mm* mit 4700.
g. 815 *ha* 72 *a* 16 *qm* mit 342. h. 189 *cbm* 063 *l* mit 1584.
i. 54 *hl* 13 *l* mit 9500. k. 382 *h* 09 *l* mit 92.

l. 75 *kg* 420 *g* mit 44. m. 772 *kg* 087 *g* mit 351.
n. 2 *g* 640 *mg* mit 3421. o. 7 *g* 190 *mg* mit 5430.
p. 54 *fl* 86 *kr* mit 703. q. 20 *fr* 75 *ct* mit 111.

3) Multipliziere:
a. 1 ℳ 03 ₰ mit 2316. b. 7 *m* 60 *cm* mit 4875.
c. 2 *ha* 50 *a* mit 948. d. 4 *cbm* 050 *l* mit 9130.
e. 3 *g* 100 *mg* mit 439. f. 7 *kg* 040 *g* mit 8250.
g. 18 *fl* 04 *kr* mit 3746. h. 9 *fr* 70 *ct* mit 15489.

4) Multipliziere:
a. 9^h 16′ mit 23. b. 8′ 54″ mit 147.
c. 2^d 8^h 15′ mit 72. d. 4^d 17^h 52′ 30″ mit 512.
e. 2^h 10′ mit 348. f. 1′ 11″ mit 4892.

5) Multipliziere:
a. 92 ℳ 61 ₰ mit 100. b. 106 *fl* 54 *kr* mit 1000.
c. 19 *m* 097 *mm* mit 1000. d. 84 *qm* 0025 *qcm* mit 100000.
e. 45 *cbm* 092 *l* mit 10000. f. 267 *kg* 756 *g* mit 1000.
g. 7^h 28′ mit 60. h. 3^h 14′ 23″ mit 60.

6) Welche Summe Geld ist 15 [75, 102] mal so groß, als 9 ℳ 81 ₰ [24 ℳ 13 ₰, 17 *fl* 37 *kr*]?

7) Was erhält man, wenn man 92 *fr* 07 *ct* [4 *fl* 85 *kr*, 8 *hl* 07 *l*] 24 [35, 112] mal zu sich selbst addiert?

8) Das Kilogramm Kaffee kostet 3 ℳ 45 ₰ [1 *fl* 65 *kr* 4 *fr* 35 *ct*]; was kosten 540 *kg* [947 *kg*, 2 *t* 400 *kg*]?

9) Ein Meter Tuch kostet 6 ℳ 65 ₰ [4 *fl* 29 *kr*, 7 ℳ]; was kosten 72 *m* [60 *m*, 150 *m*]?

10) Ein Bauplatz hat einen Flächeninhalt von 754 *qm* [16 *a* 34 *qm*]; was ist dessen Wert, wenn das Quadratmeter auf 25 ℳ 55 ₰ [12 ℳ 35 ₰] geschätzt wird?

11) Ein Oekonomieanwesen umfaßt 74 *ha* 82 *a* [210 *ha*] und wird das Ar mit 15 ℳ 30 ₰ [12 ℳ] bezahlt. Wie hoch kommt das Anwesen?

12) Ein Baustamm liefert 5 *cbm* [9 *cbm*] Holz. Was ist derselbe wert, wenn das Kubikmeter 11 ℳ 50 ₰ [6 ℳ 45 ₰] wert ist?

13) Ein Weinfaß enthält 7 *hl* 45 *l* [6 *hl*]. Was ist dessen Wert, wenn das Liter Wein auf 1 ℳ 25 ₰ [3 *fl* 20 *kr*] zu stehen kommt?

14) Der Schritt eines Mannes hat eine Länge von 72 *cm* [78 *cm*]. Welchen Weg legt derselbe zurück, wenn er 7275 [5000] Schritte macht?

15) Ein Wagenrad hat einen Umfang von 2 *m* 60 *cm* [1 *m* 80 *cm*]. Welchen Weg macht dasselbe bei 4248 [4275] Umdrehungen?

16) Ein Pflasterstein hat eine Fläche von 475 *qcm* [308 *qcm*]; welche Fläche bedecken 12000 [58600] Pflastersteine?

17) Eine Kanonenkugel hat ein Gewicht von 12 *kg* 050 *g* [7 *kg* 250 *g*]. Wie viel wiegen 40500 [10000] Stück solcher Kugeln?

18) Eine Krone [ein Markstück] wiegt 3 *g* 982 *mg* [5 *g* 556 *mg*]. Wie viel wiegen 1870 ℳ in Kronen [5429 ℳ in Markstücken]?

19) Ein Fußgänger macht in einer Minute 85 [64] Schritte. **a.** Wie viel Schritte macht er in 1^h 45' [2 *h*]? **b.** welchen Weg legt er zurück, den Schritt zu 75 *cm* [70 *cm*] angenommen?

20) Aus einer Oeffnung fließen in einer Minute 46 *l* [120 *l*]. Wieviel fließt aus der Oeffnung in einem Tag?

21) Um einen Weg von 1 *km* zurückzulegen, braucht eine Lokomotive [ein Pferd] 1' 48" [6' 27"]. Welche Zeit braucht sie [es] zu einem Weg von 65 *km* [27 *km*]?

22) Ein Kaufmann kauft eine Menge Zucker von 9543 *kg* à 1 ℳ 06 ₰ [3 *t* à 835 ℳ 60 ₰] und verkauft 6348 *kg* à 1 ℳ 15 ₰ [2 *t* 096 *kg* zu 1 ℳ 10 ₰ das Kilogramm] 3124 *kg* à 1 ℳ 24 ₰ [894 *kg* zu 1 ℳ 05 ₰], während das Uebrige zu Verlust geht. Wie groß ist sein Gewinn oder Verlust?

23) Ein Weinhändler hat drei Sorten Wein: 15 *hl* 74 *l* [17 *hl*] das Liter zu 1 ℳ 80 ₰ [1 *fr* 30 *ct*], 24 *hl* 09 *l* [18 *hl* 87 *l*] das Liter zu 1 ℳ 55 ₰ [1 *fr* 50 *ct*], 19 *hl* 12 *l* [31 *hl* 19 *l*] das Liter zu 2 ℳ 10 ₰ [50 *ct*]. Was ist der Wert dieser Weinmenge?

24) Ein Landgut besteht aus 12 *ha* 74 *a* Aecker, 56 *ha* 23 *a* Wiesen, 824 *ha* Wald. Was ist dessen Wert, wenn das Ar Aecker dreimal, das Ar Wiesen zweimal so teuer ist als das Ar Wald, letzteres aber auf 3 ℳ 15 ₰ gewertet wird?

25) Ein Kaufmann hat drei Sorten Tuch: von der ersten Sorte 5 Stücke à 36 *m*, von der zweiten Sorte 9 Stücke à 54 *m*, von der dritten Sorte 15 Stücke à 60 *m*. Das Meter kostet von der ersten Sorte doppelt so viel als von der dritten, das Meter von der dritten Sorte um 2 ℳ 80 ₰ weniger als das von der zweiten, welches 7 ℳ 25 ₰ kostet. Was kostet der ganze Tuchvorrat?

26) In einen Wasserbehälter münden drei Zufluß- und zwei Abflußröhren. Die erste Zuflußröhre ist 45' offen und liefert in der Minute 76 *l*, die zweite fließt 1^h 30' und liefert in der Minute 52 *l*, die dritte ist 2^h offen und liefert in der Minute 36 *l*. Durch die erste Abflußröhre fließen in der Minute 80 *l*, durch die zweite in der Minute 125 *l* ab und ist jede 1^h geöffnet. Wenn nun der anfängliche Wasserstand 750 *hl* betrug, welches ist der Stand nach Schluß sämtlicher Röhren, und welches die Mehrung oder Minderung?

27) 1 *fl* gilt 1 *M* 65 *Pf* [1 *M* 62 *Pf*]; welchen Wert haben 75 *fl* [1346 *fl*]?

28) 1 *fr* gilt 80 *Pf* [81 *Pf*]; welchen Wert haben 900 *fr* [8260 *fr*]?

29) Welchen Wert haben 7 *kg* Feingold [23 *kg* Feinsilber]?

30) Eine Meile hat eine Länge von 7 *km* 408 *m*; welche Länge haben 13 Meilen [5400 Meilen]?

Anmerkung.

1 *ccm*	Wasser	wiegt	1 *g*,	1 *ccm*	Blei	wiegt	11 *g*,
„	Eisen	„	7 „,	„	Quecksilber	„	13 „,
„	Kupfer	„	9 „,	„	Gold	„	19 „,
„	Silber	„	10 „,	„	Platin	„	22 „.

31) Welches ist das Gewicht von 4 *ccm* Kupfer [3 *l* Eisen, 4 *l* Blei]?

32) Was ist das Gewicht einer Eisenstange von 15 *l* [27 *l* 034 *ccm*] Inhalt?

33) Welche Gewichtsmenge Quecksilber faßt ein Gefäß von 175 *l* [1 *hl*, 36 *ccm*] Inhalt?

34) a. Was wiegt ein Bleistück von 7 *l* 485 *ccm* Inhalt?
b. Was wiegt ein Silberstück von 154 *ccm* Inhalt?
c. Was wiegt ein Goldstück von 65 *ccm* Inhalt?

35) Was ist das Gewicht und der Wert von 1 *cbm* Feinsilber und 1 *cbm* Feingold?

XV. Division.

§ 55. Bei der Division benannter Zahlen sind die beiden Arten der Division sehr merklich verschieden.

Wenn

$$5\,\mathcal{M} \cdot 3 = 15\,\mathcal{M}$$

so ist

$$\text{a. } 15\,\mathcal{M} : 3 = 5\,\mathcal{M}$$

15 *M* geteilt durch 3 ist gleich 5 *M*.

Beim Teilen benannter Zahlen ist der Dividend eine benannte, der Divisor eine unbenannte Zahl; der Quotient ist mit dem Dividenden von derselben Art und Benennung.

$$\text{b. } 15\,\mathcal{M} : 5\,\mathcal{M} = 3$$

15 *M* gemessen durch 5 *M* ist gleich 3.

Beim Messen benannter Zahlen sind Dividend und Divisor benannte Zahlen derselben Art; der Quotient ist eine unbenannte Zahl.

§ 56. Beim Teilen mehrfach benannter Zahlen dividiert man bei der höchsten Ordnung beginnend den Dividenden durch den Divisor; der bei der höheren Ordnung bleibende Divisionsrest wird in Einheiten niedrigerer Ordnung verwandelt.

Die Teilung wird bis zur niedrigsten Ordnung des betreffenden Maßsystems fortgesetzt.

```
95878 ℳ 65 ₰ : 127 = 754 ℳ 95 ₰
889
 697              3 km 181 m 59 cm : 1537 = 2 m 07 cm
 635                   107    59
  628                    0
  508
   120 6
   114 3
     6 35
     6 35
       0
```

```
149h 36′ 48″ : 24 = 6h 12′ 47″
144
  5h              5 km 157 m : 72 = 71 m 625 mm
  306′                 117
   24                    45000 mm
    66                     180
    48                     360
    18′                      0
   1128″
     96
    168
    168
      0
```

§ 57. Beim Messen benannter Zahlen verwandelt man Dividend und Divisor in einfach benannte Zahlen von derselben Benennung und dividiert sie dann als unbenannte Zahlen.

```
  137224 hl 16 l : 95 hl 56 l
= 13722416 l : 9556 l = 1436.
  9556
  41664
  38224
   34401
   28668
    57336
    57336
        0
```

Übung.

1)[17] a. 45 ℳ : 9 b. 168 *fl* : 12 c. 525 *m* : 15
d. 4096 *qcm* : 16 e. 3725 *l* : 25 f. 25344 *g* : 36
g. 1425 *fr* : 75 h. 91028 *fl* : 84 i. 224370 *l* : 90
k. 27000 ℳ : 108 l. 3875^h : 125 m. 135600″ : 200

2)[17] Dividiere:
a. 6742 ℳ 35 ₰ durch 45 b. 61325 ℳ 58 ₰ durch 327
c. 8641 ℳ 44 ₰ „ 144 d. 37718 *fl* 91 *kr* „ 723
e. 1965 *km* 012 *m* „ 24 f. 17 *km* 757 *m* 60 *cm* d. 735
g. 26 *qkm* 09 *ha* 19 *a* durch 53 h. 14 *cbm* 230 *l* 323 *ccm* d. 27
i. 7107 *hl* 05 *l* durch 307 k. 741 *kg* 760 *g* durch 38
l. 178 *kg* 200 *g* durch 132 m. 33 *kg* 344 *g* durch 95
n. 5^d 12^h 26′ durch 58 o. 12^d 13^h 13′ 51″ durch 47

3)[17] a. 23 ℳ : 4 b. 731 *fl* : 25
c. 1473 *fr* : 60 d. 2 *km* 367 *m* : 8
e. 9 *km* 042 *m* : 24 f. 25 *a* 17 *qm* : 48
g. 3 *cbm* 860 *l* : 400 h. 17 *hl* 35 *l* : 6250
i. 6 *t* 743 *kg* : 1760 k. 11^h 39′ : 4.
l. 7^h : 144.

4) Dividiere:
a. 521 ℳ 17 ₰ : 3 b. 843 *fl* 09 *kr* : 5
c. 923 *m* 75 *cm* : 13 d. 735 *g* 037 *mg* : 49
e. 19 ℳ : 8 f. 8 *km* 047 *m* : 75
g. 67 *cbm* : 9 h. 19 *t* : 37
i. 2^d 23^h : 21 k. 1^d : 41.

5)[17] a. 36 ℳ : 4 ℳ b. 56304 *fr* : 12 *fr*
c. 7056 *m* : 28 *m* d. 8880 *l* : 37 *l*
e. 8730 *g* : 45 *g* f. 7000000 *mg* : 64 *mg*
g. 76000^h : 125^h h. 136000″ : 400″

6)[17] Dividiere:
a. 1456 ℳ 20 ₰ durch 1 ℳ 80 ₰
b. 64825 *fl* 50 *kr* durch 187 *fl* 90 *kr*
c. 686437 *m* 40 *cm* durch 1348 *m* 60 *cm*
d. 17035899 *hl* 54 *l* durch 7080 *hl* 59 *l*
e. 33 *t* 111 *kg* 330 *g* durch 10 *kg* 874 *g*
f. 1 *cbm* 155 *l* 804 *ccm* durch 1 *l* 434 *ccm*
g. 713 *hl* 26 *l* durch 37 *hl* 54 *l*
h. 3 *t* 817 *kg* 826 *g* 162 *mg* durch 953 *g* 027 *mg*
i. 625 *kg* 128 *g* durch 732 *g*
k. 3 *qkm* 57 *ha* 21 *a* durch 1 *ha* 10 *a* 25 *qm*
l. 21^d 8^h 51′ durch 4^h 23′
m. 11^d 13^h 46′ 40″ durch 16′ 40″

7)[17] a. 29 ℳ : 5 ₰ b. 503 *m* : 8 *mm*
c. 953 *fl* : 25 *kr* d. 1 *a* 47 *qm* : 48 *qcm*
e. 75 *cbm* : 192 *ccm* f. 13 *kg* : 031 *g* 250 *mg*
g. 19^h : 36″ h. 1^d 17′ : 3′ 45″

8) Dividiere:
a. 39 *m* durch 7 *m* b. 3218 *qm* durch 11 *qm*
c. 15 *hl* 04 *l* durch 27 *l* d. 31 *cbm* durch 45 *ccm*
e. 4 *t* 153 *kg* durch 220 *mg* f. 895 ℳ 37 ₰ d. 1 ℳ 44 ₰
g. 3^h 17′ durch 4′ h. 5^h 32′ durch 7′ 30″

9) a. 2406 ℳ : 100 b. 95960 ℳ : 1000
c. 17 *km* : 1000 d. 24 *km* 009 *m* : 10
e. 34 *a* 19 *qm* : 10000 f. 25 *cbm* 033 *l* : 1000
g. 75 *hl* 20 *l* : 10 h. 49 *kg* 722 *g* : 1000
i. 179 ℳ : 1000 k. 234 *m* : 10000

10) a. 15 ℳ : 15 ₰ b. 7308 ℳ : 73 ℳ 08 ₰
c. 24 *m* : 24 *mm* d. 56 *m* 20 *cm* : 562 *mm*
e. 19 *qm* 1200 *qcm* : 191 *qcm* 20 *qmm*
f. 74 *hl* : 7 *hl* 40 *l* g. 57 *kg* 432 *g* : 574 *g* 320 *mg*
h. 7^d 22^h : 1^h 54′ i. 170^d : 7^d 2^h

11) Was ist der 12 [245[17]), 1026]te Teil von 14 ℳ 52 ₰ [4700374 ℳ, 966 *fl* 15 *kr*]?

12) [17]) Der wievielte Teil von 105 ℳ [1574 *fl* 10 *kr*, 2282 *ha* 76 *a*] ist 5 ℳ 25 ₰ [27 *kr*, 7 *a* 46 *qm*]?

13) [17]) Wie oft sind 84 *l* [2 *kg* 016 *g*, 15 *cm*] in 273 *hl* [217 *kg* 728 *g*, 11 *km* 100 *m*] enthalten?

14) Eine Erbschaft von 19456 ℳ 36 ₰ [24500 ℳ, 29000 *fr*] soll unter 7 [12, 8] Erben gleichheitlich verteilt werden. Wie viel erhält jeder?

15)[17]) Eine Menge Zucker von 112 *kg* [57 *kg*, 39 *kg*] kostet 138 ℳ 88 ₰ [34 *fl* 20 *kr*, 136 *fr* 50 *ct*]. Was kostet ein Kilogramm?

16)[17]) Ein Stück Leinwand zu 54 *m* [25 *m*, 46 *m*] kostet 97 ℳ 20 ₰ [50 ℳ, 78 ℳ 20 ₰]. Wie teuer kommt das Meter?

17)[17]) Die Herstellung eines Fußbodens von 45 *qm* [62 *qm*, 92 *qm*] kam auf 144 ℳ [207 ℳ 70 ₰, 477 *fr* 48 *ct*] zu stehen. Wie hoch kam das Quadratmeter?

18)[17]) 54 *cbm* [317 *cbm*] Holz werden um 540 ℳ [264 ℳ 95 ₰] verkauft; wie hoch kam das Kubikdecimeter [das Ster]?

19)[17]) Ein Faß Wein enthält 3 *hl* 25 *l* [5 *hl* 16 *l*, 4 *hl* 08 *l*], und kostet 390 ℳ [412 *fl* 80 *kr*, 938 *fr* 40 *ct*]. Was kostet ein Liter?

20)[17]) 625 *kg* [465 *kg*, 4 *t*] Petroleum kosten 437 ℳ 50 ₰ [409 ℳ 20 ₰, 1200 *fl*]. Was kostet ein Kilogramm?

21)[17]) Eine Summe von 817 ℳ 20 ₰ [500 ℳ, 392 *fr* 98 *ct*] soll in mehrere gleiche Teile so geteilt werden, daß ein Teil 1 ℳ 80 ₰ [12 ℳ 50 ₰, 28 *fr* 70 *ct*] beträgt. Wie viele Teile werden es?

22)[17]) Eine Gemeindeflur von 1152 *ha* [ein Wald von 37 *ha* 66 *a*] wurde in Anteile von 72 *a* [14 *a*] zerlegt. Wie viele solcher Anteile waren es?

23)[17]) Aus 4 *cbm* 465 *l* [7 *cbm*] Holz sollen Stückchen von 95 *ccm* [448 *ccm*] geschnitten werden; wie viele solcher Stückchen werden es?

24)[17]) Ein Wasserbehälter hält 332 *hl* [3 *hl* 80 *l*.] Ein Knabe versucht denselben mit Hülfe eines Bechers auszuschöpfen, welcher 83 *ccm* [475 *ccm*] enthält? Wie oft müßte er seinen Becher füllen, um den Behälter zu leeren?

25)[17]) Eine Menge Getreide beträgt 350 *hl* [347 *hl*] und kostet 4375 ℳ [3417 ℳ 95 ₰]. Was kostet das Hektoliter?

26)[17]) Ein Händler kauft eine Wagenladung Steinkohlen um 144 ℳ [156 ℳ 80 ₰]; was kostet ihn die Tonne Steinkohlen, wenn die Ladung 8 *t* [7 *t*] betrug?

27)[17]) Der Schritt eines Mannes [eines Knaben] beträgt 73 *cm* [62 *cm*]. Wie viel Schritte muß er machen, um einen Weg von 5 *km* 110 *m* [532 *m* 58 *cm*] zurückzulegen?

28) Eine Summe von 3000 ℳ [12754 ℳ 96 ₰] soll unter 49 [17] Personen gleichheitlich verteilt werden; wie viel trifft auf jede Person?

29) Eine Menge von 4800 *hl* [93 *hl* 70 *l*] soll in Säcke verteilt werden, so daß in jeden Sack 1 *hl* 05 *l* [98 *l*] kommen; wieviel Säcke werden es?

30) Aus 2 *t* [5 *t* 080 *kg*] Pulver sollen Patronen gefertigt werden, so daß jede Patrone 15 *g* [17 *g*] Pulver enthält. Wieviel Patronen werden es?

31)[17]) Welches ist der 28te [17te] Teil von $1^d\ 11^h\ 33'\ 36''$ [$16^h\ 22'\ 36''$]?

32)[17]) Bei einer Uhr läuft der Minutenzeiger schon in $54'\ 30''$ [$58'\ 48''$] einmal um. Wieviel Umläufe macht der Zeiger in $5^d\ 18^h\ 4'$ [$23^h\ 31'\ 12''$]?

33)[17]) Ein Schnellzug [Postzug] macht einen Weg von 2660 *km* [440 *km*] in $2^d\ 22^h$ [16^h]; welchen Weg macht der Zug in der Stunde?

34[17]) Ein Reiter legt einen Weg von 14 *km* 800 *m* [33 *km* 712 *m*] in $1^h\ 20'$ [$2^h\ 20'$] zurück; welchen Weg macht derselbe in einer Minute?

35)[17]) Ein Schnelläufer legt in 3^h 20' [45'] einen Weg von 21 *km* [4 *km* 320 *m*] zurück. Welchen Weg macht derselbe in einer Sekunde?

Anmerkung. Den Weg, den ein Körper in einer Sekunde zurücklegt, nennt man dessen Geschwindigkeit. Merke folgende Geschwindigkeiten:

eines Fußgängers	1 *m* 25 *cm*,	des Schalles	340 *m*,
„ Rennpferdes	12 „ 50 „ ,	des Lichtes	300000 *km*.
„ Adlers	32 „ ,	des elektrischen Stromes	
„ Dampfwagens	12 „ 50 „ ,		360000 *km*.

36) Wie lange braucht ein Fußgänger, um einen Weg von 30 *km* [17 *km* 800 *m*] zurückzulegen? wie lange ein Rennpferd?

37) Wie lange braucht das Licht von der Sonne zur Erde [Entfernung 148 000000 *km*]?

38) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Schiff [eine Brieftaube], welches [welche] in 8^h [37' 30"] einen Weg von 129 *km* 600 *m* [90 *km*] zurücklegt?

39) Wie oft kann der elektrische Strom in einer Sekunde den Weg vom Nordpol zum Südpol durchlaufen?

40) Welchen Weg macht ein Sturmwind [ein Fluß], dessen Geschwindigkeit 15 *m* [1 *m* 15 *cm*] ist, in 2' 30" [3^h 28']?

41) Welchen Weg macht der Schall in 5" [13"]?

42) Welches ist die Geschwindigkeit eines Radfahrers, der in 1^h 15' [3^h] einen Weg von 11 *km* 250 *m* [32 *m*] zurücklegt?

---

43) Welches ist der Rauminhalt eines Eisenstückes von 70 *g*, [511 *kg*, 2 *t* 940 *kg*] Gewicht?

44) Welchen Rauminhalt hat ein Stück Platin, dessen Gewicht 7 *kg* 502 *g* beträgt?

45) Eine Kupferplatte hat 13 *kg* 500 *g* [1 *kg*] Gewicht. Was ist ihr Volumen?

46) Was ist der Inhalt eines Stückes Gold, dessen Gewicht 57 *g* [95 *kg*, 100 *g*] beträgt?

47) Ein Glasgefäß faßt 1 *kg* 365 *g* [40 *kg*] Quecksilber. Was ist sein Inhalt?

48) Welches ist der Wert von 1 *g* Feingold [1 *g* Feinsilber]?

49) Ein Stück Feinsilber hat einen Wert von 36 ℳ [77 ℳ 40 ₰]. Was ist sein Gewicht und sein Inhalt?

50) Wie groß müßte ein Kilogrammgewicht werden, wenn dasselbe von Silber gemacht werden sollte?

51) Was ist Gewicht und Inhalt eines Stückes Feingold, dessen Wert 106 ℳ 02 ₰ [583 ℳ 11 ₰] beträgt?

52) Ein Glasstück hat ein Gewicht von 321 *g* [25 *kg* 065 *g*], und ein Volumen von 107 *ccm* [8 *l* 355 *ccm*]. Was wiegt ein Kubikcentimeter dieser Glassorte?

53) Ein Stein wiegt 94 *g* [6 *kg* 180 *g*] und hat einen Inhalt von 47 *ccm* [2 *l* 060 *ccm*]; was wiegt ein Kubikcentimeter dieses Steins?

54) 30 *t* Schwefel [45 *t* Kohle] nehmen einen Raum von 15 *cbm* [22 *cbm* 500 *l*] ein? was wiegt ein Kubikmeter [Kubikdecimeter] Schwefel [Kohle]?

---

55) Ein Kaufmann kauft eine Ware um 1000 *ℳ* [1572 *ℳ* 20 *₰*] und verkauft sie um 1200 *ℳ* [1796 *ℳ* 80 *₰*]. Den wievielten Teil der Einkaufssumme hat er gewonnen?

56) Ein Kaufmann kauft 1 *t* 500 *kg* Oel [49 *m* Seide[28])] um 210 *ℳ* [333 *ℳ* 20 *₰*]. Wie teuer muß er das Kilogramm [das Meter] verkaufen, wenn er den siebenten [vierten] Teil der Einkaufssumme gewinnen will?

57) Ein Kaufmann kauft eine Sendung Stoff im Ganzen 419 *m* [315 *m*] um 6259 *ℳ* 80 *₰* [1895 *fr* 70 *ct*]. Wie teuer muß er das Meter verkaufen, wenn er ein Sechstel [ein Zehntel] der Einkaufssumme gewinnen will?

58) Ein Spekulant verkauft ein Haus [einen Bauplatz] um 77000 *ℳ* [6374 *ℳ* 50 *₰*], und hat dabei ein Siebentel [Elftel] der Verkaufssumme verdient. Wie hoch hatte er das Haus [den Bauplatz] gekauft?

59) Bei einer Sendung Kaffee betrug das Bruttogewicht (Gewicht samt Verpackung) 550 *kg* [480 *kg*] und die Tara (Gewicht der Verpackung ꝛc.) betrug ein Zwanzigstel [Zwölftel] des Bruttogewichts. Wie viel betrug das Nettogewicht (Gewicht ohne Verpackung)?

60) Ein Obsthändler erhält eine Sendung Feigen [Orangen[29])], deren Bruttogewicht 200 *kg* [1015 *kg*] beträgt. Die Sendung kostet 480 *ℳ* [550 *ℳ* 40 *₰*], die Transportkosten betragen 16 *ℳ* 40 *₰* [51 *ℳ* 44 *₰*], sonstige Spesen (Auslagen) 3 *ℳ* 60 *₰* [7 *ℳ* 16 *₰*]. Die Tara beträgt den fünfundzwanzigsten [zehnten] Teil des Bruttogewichts. Um welchen Preis wird er das Kilogramm Feigen [eine Orange] verkaufen müssen, wenn er ein Fünftel seiner Auslagen gewinnen will [und wenn eine Orange 125 *g* wiegt]?

61) Eine Fabrik hat 360000 *ℳ* [162485 *fr*[30])] Anlagekapital gekostet. Beim Jahresabschluß findet man einen Reingewinn von 45000 *ℳ* [6499 *fr* 50 *ct*]. Der wievielte Teil des Anlagekapitals ist dieses?

62) Ein Wucherer leiht einem Bauern 700 ℳ [962 ℳ 40 ₰[31]] mit der Bedingung, daß ihm nach drei [sieben] Jahren 1120 ℳ [3208 ℳ] zurückbezahlt werden sollen. Den wievielten Teil des geliehenen Geldes verlangte somit der Wucherer als Jahreszins?

63)[32] Auf eine Strecke von 72 *m* läßt sich ein Stab 48 mal auftragen. Wie oft läßt sich auf dieselbe Strecke ein um 10 *cm* längerer Stab auftragen?

64)[33] Um einen Hofraum von 10 *a* 50 *qm* mit Platten zu belegen, hat man 4200 Platten notwendig. Wie viel Platten sind erforderlich, wenn man dieselben um den zehnten Teil eines Quadratmeters größer nimmt?

65) Ein Behälter, welcher 48 *hl* faßt, wird durch eine Röhre in 5^h gefüllt. In welcher Zeit wird der volle Behälter durch eine Abflußröhre entleert, wenn durch die letztere in der Minute 4 *l* weniger abfließen, als in der Zuflußröhre zufließen?

66) Ein Vermögen von 60000 ℳ [65347 ℳ 20 ₰] soll nach dem Willen des Erblassers folgendermaßen verteilt werden: den zehnten Teil erhält die Gemeinde, den fünfzehnten Teil die Schule, den zwanzigsten Teil die Kirche, den dreißigsten Teil ein armer Verwandter. Der Rest soll unter die drei Kinder und deren Mutter so verteilt werden, daß letztere zwei Kindsteile bekomme.

67) 38 ℳ [717 ℳ, 66 ℳ 10 ₰] sollen unter zwei Personen so verteilt werden, daß die eine um 4 ℳ [39 ℳ, 5 ℳ 10 ₰] mehr bekomme als die zweite.

68) Drei Bauern haben zusammen einen Grundbesitz von 528 *ha* 92 *a* [500 *ha*[34]]; der erste hat um 82 *ha* 62 *a* [25 *ha* 08 *a*], der dritte um 24 *ha* 94 *a* [74 *ha* 92 *a*] weniger als der zweite. Wieviel hat ein jeder?

69) Vier Silberstücke [Goldstücke[35]] wiegen zusammen 122 *g* [9 *g*], das zweite 2 *g* [500 *mg*] mehr, das dritte ebensoviel weniger als das erste, das vierte aber 8 *g* [900 *mg*] mehr als das dritte. Wieviel wiegen die einzelnen Stücke?

70) Fünf Fässer halten zusammen 7 *hl* [7 *hl* 20 *l*[36]], ein jedes folgende um 10 *l* [22 *l*] mehr als das vorhergehende. Wieviel hält jedes Faß?

71) Eine Summe von 915 ℳ [73 *fl* 41 *kr*, 82 *fr* 83 *ct*] unter zwei Personen so zu verteilen, daß die eine doppelt soviel erhalte als die andere.

72) Eine Summe von 437 ℳ [47 ℳ 95 ₰, 192 *fr*] unter zwei Personen so zu verteilen, daß die eine viermal soviel erhalte als die andere.

73) Eine Strecke von 4 *m* 55 *cm* [34 *m* 837 *mm*] so in zwei Teile zu teilen, daß der eine Teil sechsmal [zehnmal] so groß wird als der andere.

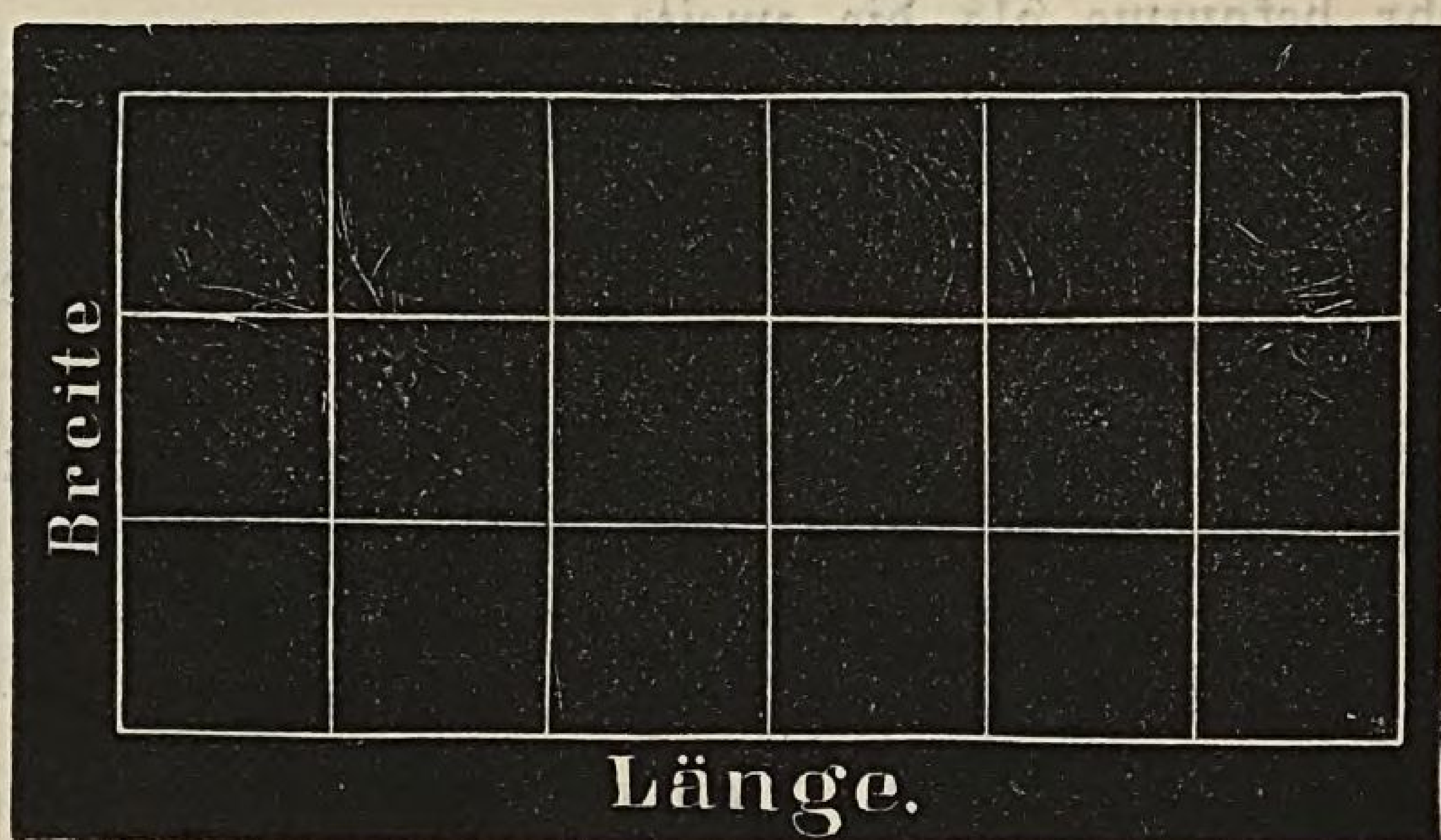
74) Von A bis B sind 66 *km* Entfernung. Hat man die zwischen liegende Station C erreicht, so hat man noch einen fünfmal so großen Weg vor sich, als die zurückgelegte Strecke beträgt. Wie weit ist von A bis C und von C bis B?

75) In einen Behälter von 18 *l* [960 *hl*] Inhalt münden zwei [drei] Röhren, von denen die erste in der Minute 65 *l* [137 *l*] die zweite 55 *l* [148 *l*, die dritte 115 *l*] Wasser liefert; in welcher Zeit ist der Behälter gefüllt?

76) In einen Behälter von 300 *hl* [25 *hl*[37])] Inhalt münden zwei Zufluß- und eine Abflußröhre; die erste Zuflußröhre liefert in der Minute 29 *l* [58 *l*], die zweite 38 *l* [47 *l*]; durch die Abflußröhre fließen in der Minute 17 *l* [69 *l*] ab. Anfänglich sind im Behälter 70 *hl* [3 *hl* 40 *l*]. Nach welcher Zeit ist der Behälter gefüllt?

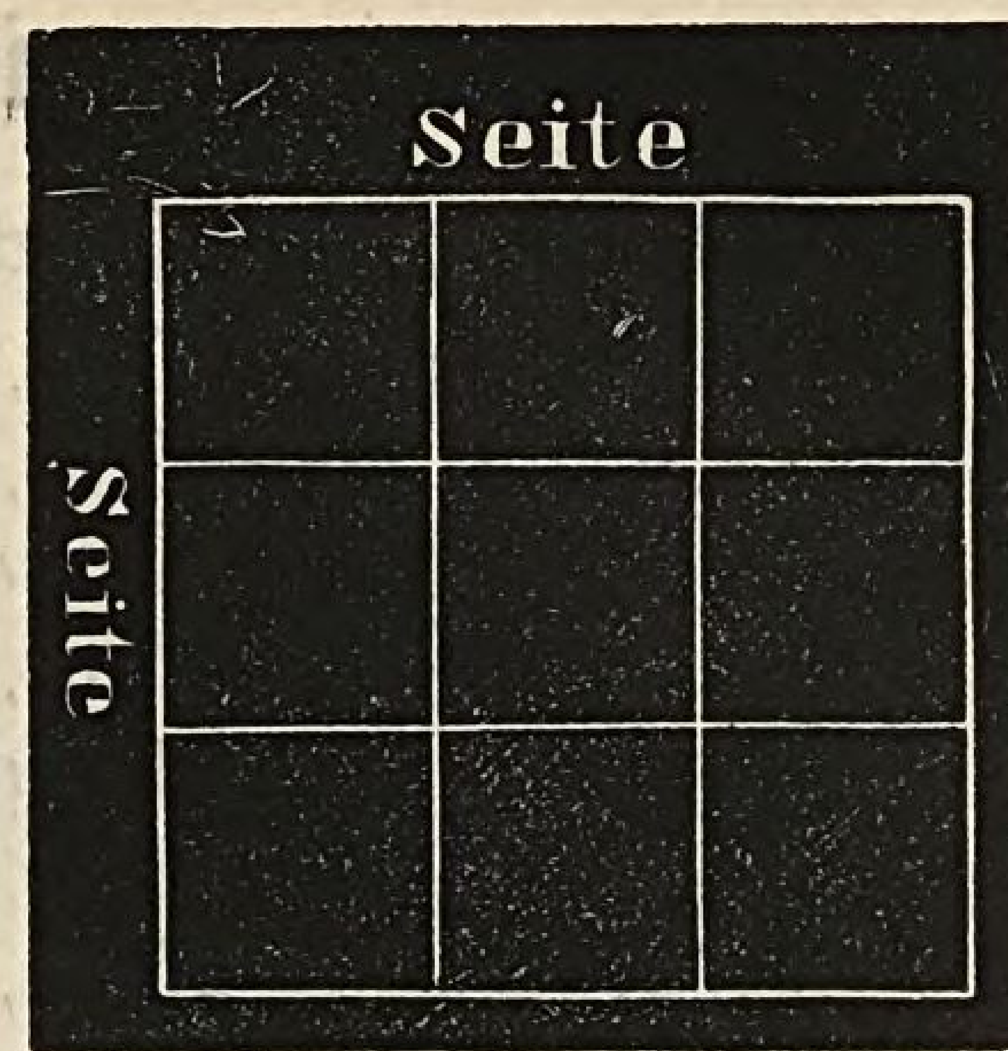
XVI. Flächen und Körper.

§ 58. Die Fläche eines Rechtecks ist gleich dem Produkt aus Länge und Breite.



Länge 6 *cm*,
Breite 3 *cm*,
Fläche (6 . 3) *qcm* = 18 *qcm*.

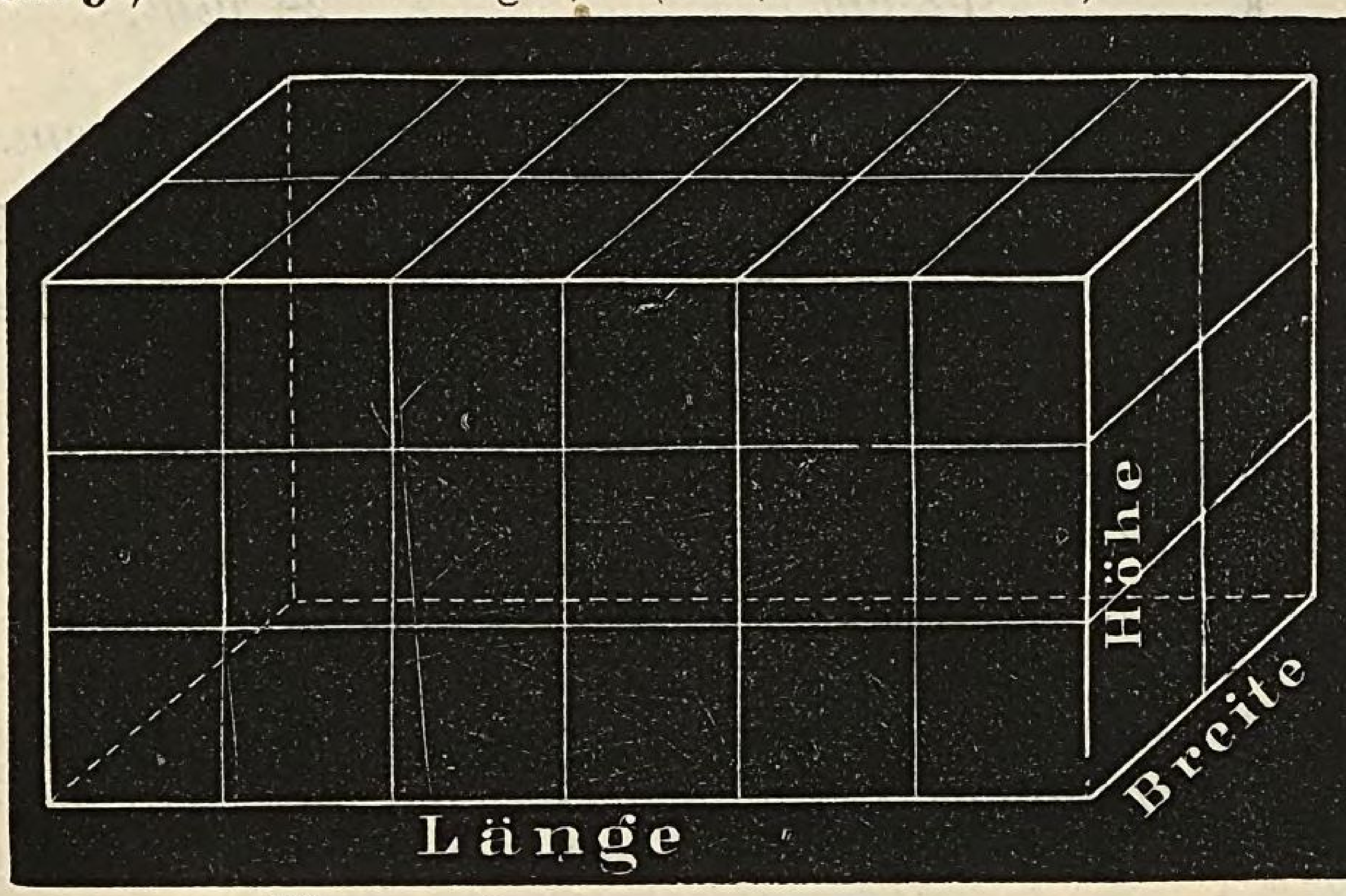
Oder: Länge 4 *km* 300 *m* = 4300 *m*
Breite 1 „ 700 „ = 1700 „
Fläche (4300 . 1700) *qm* = 7 310000 *qm*
= 731 *ha*.



§ 59. Beim **Quadrat** ist die Länge gleich der Breite (Seite).

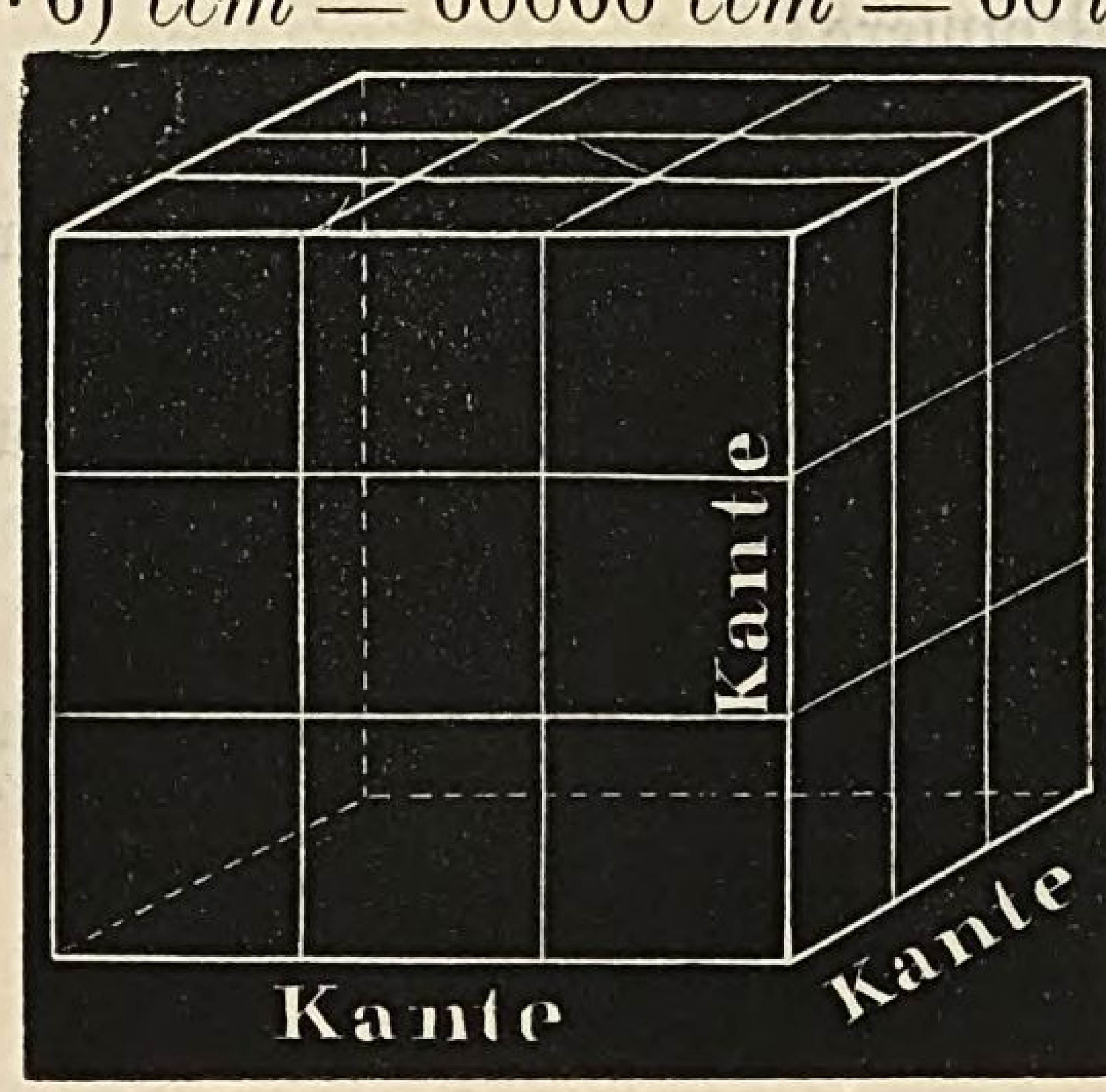
Seite 3 *cm*,
Fläche (3 · 3) *qcm* = 9 *qcm*.

§ 60. Der Inhalt eines Quaders ist gleich dem Produkt aus Länge, Breite und Höhe (Tiefe oder Dicke).



Länge 6 *cm*,
Breite 2 *cm*,
Höhe 8 *cm*,
Inhalt (6 · 2 · 3) *ccm* = 36 *ccm*.

Oder: Länge 1 *m* 25 *cm* = 125 *cm*,
Breite 80 *cm*,
Dicke 6 *cm*,
Inhalt (125 · 80 · 6) *ccm* = 60000 *ccm* = 60 *l*.



§ 61. Beim **Würfel** sind Länge, Breite und Höhe gleich (Kante).

Kante 3 *cm*
Inhalt (3 · 3 · 3) *ccm*
= 27 *ccm*.

Übung.

1) Berechne den Flächeninhalt folgender Rechtecke:

a.	Länge	7 *m*,	Breite	3 *m*,
b.	„	15 *m*,	„	9 *m*,
c.	„	54 *cm*,	„	28 *cm*,
d.	„	236 *m*,	„	187 *m*,
e.	„	11 *km*,	„	5 *km*,
f.	„	9 *m* 24 *cm*,	„	7 *m* 03 *cm*,
g.	„	25 *m*,	„	34 *m* 70 *cm*,
h.	„	12 *m* 50 *cm*,	„	7 *m* 80 *cm*,
i.	„	30 *m*,	„	220 *m*,
k.	„	72 *cm*,	„	24 *mm*,
l.	„	29 *m* 90 *cm*,	„	90 *cm*,
m.	„	45 *km*,	„	11 *m* 50 *cm*.

2) Berechne den Flächeninhalt folgender Quadrate, deren Seite: **a.** 7 *cm*, **b.** 26 *cm*, **c.** 95 *mm*, **d.** 11 *m*, **e.** 6 *m* 24 *cm*, **f.** 735 *m*, **g.** 8 *km* 009 *m*, **h.** 150 *m*.

3) Berechne den Rauminhalt folgender Quader:

a.	Länge 8 *m*,		Breite 5 *m*,		Höhe 11 *m*,	
b.	„	19 *m*,	„	12 *m*,	„	15 *m*,
c.	„	57 *m*,	„	44 *m*,	„	9 *m*,
d.	„	83 *mm*,	„	4 *cm*,	„	11 *mm*,
e.	„	12 *m* 05 *cm*,	„	9 *m* 34 *cm*,	„	15 *m* 03 *cm*,
f.	„	5 *m* 30 *cm*,	„	7 *m* 80 *cm*,	„	2 *m* 10 *cm*.

4) Berechne den Rauminhalt folgender Würfel, deren Kante: **a.** 5 *cm*, **b.** 12 *cm*, **c.** 85 *mm*, **d.** 2 *m* 90 *cm*, **e.** 18 *m* 09 *cm*, **f.** 36 *m*.

5) Ein Zimmer ist 8 *m* 25 *cm* [5 *m* 37 *cm*, 4 *m* 09 *cm*] lang, 5 *m* 20 *cm* [3 *m* 15 *cm*, 2 *m* 95 *cm*] breit und 4 *m* 50 *cm* [3 *m* 20 *cm*, 3 *m*] hoch. Welches ist **a.** die Fläche des Fußbodens, **b.** der einzelnen Wände, **c.** der Rauminhalt des Zimmers?

6) Eine Wiese [ein Wald] ist 365 *m* [5 *km* 900 *m*] lang und 272 *m* [2 *km* 050 *m*] breit. Wie groß ist die Fläche der Wiese [des Waldes]?

7) Eine Straße hat eine Länge von 15 *km* [39 *km* 480 *m*], und eine Breite von 12 *m* [8 *m* 50 *cm*]. Was ist ihr Flächeninhalt?

8) Eine quadratische Kupferplatte hat 56 *cm* [44 *cm*] Seite und 2 *cm* [35 *mm*] Dicke. Was ist **a.** ihre Fläche, **b.** ihr Inhalt?

9) Eine quadratische Säule hat eine Länge und Breite von 2 *m* [1 *m* 80 *cm*] und eine Höhe von 3 *m* [2 *m* 40 *cm*]; welches ist ihr Inhalt?

10) Ein Behälter ist 8 *m* 70 *cm* [4 *m* 20 *cm*] lang, 5 *m* 60 *cm* [3 *m* 50 *cm*] breit und 25 *cm* [40 *cm*] tief. Wieviel Hektoliter und Liter faßt dasselbe?

11) Ein Fußboden ist 8 *m* 50 *cm* [6 *m* 50 *cm*] lang, 6 *m* [4 *m*] breit. Was kostet das Anstreichen desselben, wenn das Quadratmeter für 2 *ℳ* [1 *ℳ* 35 *₰*] accordiert wurde?

12) Eine Mauerfläche ist 50 *m* [43 *m* 80 *cm*] lang und 3 *m* 20 *cm* [2 *m* 50 *cm*] hoch. Was kostet der Bewurf derselben, wenn das Quadratmeter auf 58 *₰* [1 *ℳ* 25 *₰*] kommen soll?

13)[17]) Eine Straße, welche 1 *km* 036 *m* [735 *m*] lang und 12 *m* [7 *m* 20 *cm*] breit ist, soll gepflastert werden; wieviel Pflastersteine sind notwendig, wenn ein Stein 120 *qcm* [252 *qcm*] bedeckt und was kostet das Pflaster, wenn der Stein auf 32 *₰* [1 *ℳ* 04 *₰*] kommt?

14)[17]) Ein rechteckiger Saal ist 22 *m* [17 *m* 50 *cm*] lang und 18 *m* [14 *m* 40 *cm*] breit; wieviel Personen haben darin Platz, wenn auf die Person 7500 *qcm* [8400 *qcm*] gerechnet werden?

15)[17]) Ein quadratischer Hof von 27 *m* [21 *m*] Seite soll mit Platten belegt werden. Wie viele Platten braucht man, wenn eine Platte 30 *cm* [35 *cm*] lang und ebenso breit ist?

16)[17]) Ein Wasserbehälter ist 7 *m* [3 *m* 50 *cm*] lang, 5 *m* [1 *m* 80 *cm*] breit und 3 *m* [95 *cm*] hoch. Wie oft läßt sich aus demselben ein Gefäß füllen, welches 21 *cm* [9 *cm*] lang, 5 *cm* [7 *cm*] hoch und 2 *cm* [5 *cm*] breit ist?

17)[17]) Eine Mauer ist 56 *m* [31 *m*] lang, 81 *cm* [1 *m* 10 *cm*] dick und 3 *m* 50 *cm* [2 *m*] hoch. Wie viel Backsteine sind zu derselben notwendig, wenn ein Backstein einschließlich der Fugen 21 *cm* [25 *cm*] lang, 14 *cm* [20 *cm*] breit und 8 *cm* [10 *cm*] dick ist?

18) Eine eiserne Säule hat eine Breite von 15 *cm* [24 *cm*], eine Dicke von 12 *cm* [15 *cm*] und eine Höhe von 1 *m* 40 *cm* [1 *m* 60 *cm*]; welches ist ihr Gewicht?

19) Welche Gewichtsmenge Quecksilber faßt ein Glasgefäß, welches 12 *cm* [18 *cm*] lang, 10 *cm* [16 *cm*] breit und 6 *cm* [75 *mm*] tief ist?

20) Ein Barren Feinsilber [Feingold] ist 28 *cm* [16 *cm*] lang, 4 *cm* [5 *cm*] breit und 1 *cm* [25 *mm*] dick. Welches ist sein Gewicht und sein Wert?

III. Kapitel.

Brüche.

XVII. Brüche im allgemeinen.

Vorübung.

1) Was erhält man, wenn man eine Einheit (benannt oder unbenannt) in zwei, drei, vier, fünf, zehn, hundert gleiche Teile teilt.

2) Wieviel Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Zehntel, Hundertel sind enthalten in 1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 13, 20, 100 Ganzen?

3) Zu bilden:

a. 3, 6, 5, 7, 10 Halbe.
b. 2, 3, 5, 6, 11, 12, 19 Drittel.
c. 3, 4, 5, 8, 11, 16, 17 Viertel.
d. 2, 3, 5, 7, 9, 10, 13, 19 20 Fünftel.
e. 3, 5, 7, 9, 10, 13, 21, 35, 37, 59 Zehntel.
f. 3, 5, 9, 10, 19, 16, 53, 60, 67, 109, 240, 257 Hundertel.

(benannt und unbenannt).

4) Wieviel Ganze sind:

a. 2, 4, 8, 10, 24 Halbe,
b. 3, 9, 12, 15, 36 Drittel,
c. 4, 8, 16, 24, 44 Viertel,
d. 5, 10, 25, 35, 40 Fünftel,
e. 10, 20, 60, 100 Zehntel,
f. 100, 400, 600, 900 Hundertel?

5) Sind in den Brüchen in 3) Ganze enthalten und wieviel?

6) In Brüche zu verwandeln:

a. 1 [5, 8, 10] Ganze 1 Halb,
b. 1 [2, 5, 6, 11] Ganze 1 [2] Drittel,
c. 1 [7, 13, 16] Ganze 1 [2, 3] Viertel,
d. 1 [3, 9, 15] Ganze 1 [2, 3, 4] Fünftel,
e. 1 [3, 5, 9, 11] Ganze 1 [1, 4, 5, 9] Zehntel.
f. 1 [2, 3, 7, 11] Ganze 3 [9, 17, 35, 90] Hundertel.

7) Zu bilden:

a. die Hälfte von 2, 6, 10, 3, 5, 11, 19.
b. den dritten Teil von 3, 6, 12, 2, 4, 7, 10, 16.

c. den vierten Teil von 4, 2, 3, 8, 9, 12, 17, 24.

d. den fünften Teil von 5, 2, 10, 9, 7, 15, 20.

e. den zehnten Teil von 2, 3, 5, 9, 10, 17, 21, 37.

8) a. 3 [5] Halbe + 7 [4] Halbe,

b. 2 [1] Drittel + 4 [2] Drittel.

c. 5 [3] Viertel + 3 [2] Viertel,

d. 9 [2] Fünftel 3 + [8] Fünftel.

e. 7 [13] Zehntel + 8 [17] Zehntel,

f. 5 [19] Hundertel + 4 [81] Hundertel,

g. 1 [2] Ganze 1 Halb + 3 [1] Ganze,

h. 5 [4] Ganze 1 [2] Drittel + 6 Ganze,

i. 3 [2] Ganze 1 Halb + 4 [5] Ganze 1 Halb.

k. 6 [7] Ganze 2 [3] Fünftel + 4 [1] Ganze 3 [2] Fünftel.

l. 3 [1] Halbe + 5 [2] Halbe + 6 [4] Halbe.

m. 4 [2] Drittel + 3 [1] Drittel + 2 [7] Drittel + 3 [5] Drittel.

n. 5 [2] Zehntel + 7 [2] Zehntel + 10 [1] Zehntel + 9 [5] Zehntel.

9) a. 7 [5] Halbe — 4 [3] Halbe.

b. 5 [6] Drittel — 2 [4] Drittel.

c. 3 [7] Viertel — 1 [5] Viertel.

d. 11 [10] Fünftel — 6 [9] Fünftel.

e. 11 [17] Zehntel — 9 [15] Zehntel.

f. 23 [155] Hundertel — 19 [97] Hundertel.

g. 1 [2] Ganze 1 Halb — 1 Ganzes,

h. 5 [7] Ganze 2 [1] Drittel — 3 [2] Ganze.

i. 1 [3] Ganze — 1 [3] Viertel.

k. 7 [10] Ganze — 9 [5] Zehntel,

l. 3 [6] Ganze 1 Halb — 2 [4] Ganze 1 Halb.

m. 5 [9] Ganze 1 [2] Drittel — 4 [3] Ganze 1 Drittel.

n. 2 [7] „ 1 [3] Viertel — 1 [2] Ganze 1 [2] Viertel.

o. 6 [10] Ganze 2 [3] Fünftel — 4 [7] Ganze 1 [2] Fünftel.

p. 6 [9] Ganze 3 [2] Zehntel — 3 [4] Ganze 7 [5] Zehntel.

q. 9 [2] Ganze 17 [23] Hundertel — 8 [1] Ganze 69 [45] Hundertel.

10) a. 1 [3, 5] Halbe 2, 3, 5, 8, 10 mal,

b. 1 [2, 7] Drittel 2, 5, 3, 9, 12 mal,

c. 1 [2, 3] Viertel 2, 3, 7, 4, 12 mal,

d. 1 [3, 9] Fünftel 2, 4, 11, 5, 10, 20 mal.

e. 1 [3, 5, 9, 11] Zehntel 2, 3, 4, 5, 10, 20 mal,

f. 1 [7, 13] Hundertel, 2, 6, 10, 100 mal.

g. 1 [3] Ganzes 1 Halb 2, 3, 5, 8, 11 mal,

h. 2 [4] Ganze 1 [2] Drittel 2, 3, 5, 6, 7 mal.

i. 2, [5] Ganze 3 [1] Viertel, 2, 4, 5, 9, 12 mal.

k. 3, [7] Ganze 3 [9] Zehntel 2, 3, 5, 10, 11, 20 mal.

11) Zu berechnen:

a. Die Hälfte von 6 [8, 10, 18] Halben, 4 [8, 12, 16] Dritteln, 4 [8, 10, 22] Fünfteln, 12 [10, 16, 30, 42] Zehnteln,

b. Den dritten Teil von 3 [9, 12, 15] Halben, 3 [6, 12, 21] Vierteln, 3 [15, 18, 27] Zehnteln, 3 [12, 21, 45, 111] Hunderteln.

c. Den vierten Teil von 4 [8, 20, 40] Fünfteln, 12 [20, 36, 148] Hunderteln.

d. Den fünften Teil von 5 [10, 15, 25] Halben, 20 [25, 35] Vierteln, 2 [7, 12] Ganzen 1 Halb, 3 [11] Ganzen 1 [2] Drittel.

e. den sechsten Teil von 1 [8] Ganzen 1 [2] Fünfteln. 2 [7] Ganzen 4 [2] Zehnteln.

f. den zehnten Teil von 3 [16] Ganzen 1 [2] Dritteln, 30 [60] Vierteln.

12) Was erhält man, wenn man 1 Halb, 1 Drittel, 1 Viertel, 1 Fünftel, 1 Zehntel in 2, 3, 4, 5, 10 gleiche Teile teilt?

13) a. Wieviel Viertel, Sechstel, Achtel, Zehntel, gehen auf 1, 2, 3, 5, 8, 10 Halbe?

b. Wieviel Sechstel, Zwölftel, Sechzigstel gehen auf 1, 2, 3, 5, 6, 9 Drittel?

c. Wieviel Achtel, Zwölftel, Sechzigstel, Hundertel gehen auf 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10 Viertel?

d. Wieviel Zehntel, Zwanzigstel, Hundertel gehen auf 1, 2, 3, 5, 7, 9, 10, 15 Fünftel.

e. Wieviel Zwanzigstel, Sechzigstel, Hundertel gehen auf 1, 3, 7, 10, 13, 20, 25 Zehntel?

14) Zu bestimmen:

a. die Hälfte von 3 [5, 9] Halben, 1 [3, 5, 19] Dritteln, 3 [7, 11] Fünfteln,
1 [5] Ganzen 1 Halb, 7 [6] Ganzen 3 [5] Zehnteln,

b. den dritten Teil von, 7 [2, 11] Halbe, 2 [5, 8, 19] Vierteln,
3 [2] Ganzen 1 [3] Fünfteln, 3 [5] Ganzen 4 [2] Zwanzigsteln.

c. den vierten Teil von 3 [5] Halben, 7 [9, 13] Dritteln, 2 [15] Fünfteln, 1 [3] Ganzen 7 [9] Zehnteln.
d. den zehnten Teil von 7 [8, 13, 25] Zehnteln, 9 [3, 2, 8] Halben, 3 [5] Ganzen 1 [3] Vierteln.

15) Zu verwandeln:
a. 1 [3, 5, 6] Halbe in Viertel, Sechstel, Achtel, Zehntel, Hundertel.
b. 1 [2, 5, 7] Drittel in Sechstel, Zwölftel, Sechzigstel.
c. 1 [2, 3, 5, 9] Viertel in Achtel, Zwölftel, Zwanzigstel, Sechzigstel, Hundertel.
d. 1 [2, 3, 7, 11] Fünftel in Zehntel, Zwanzigstel, Sechzigstel, Hundertel.
e. 1 [3, 5, 13, 19] Zehntel in Zwanzigstel, Hundertel.

16) In einfacherer Form zu geben:
a) 2, 6, 10 Viertel, b) 3, 4, 8, 9, 14, 15 Sechstel, c) 4, 6, 8, 10, 12, 16 Achtel, d) 3, 6, 12, 21, 27 Neuntel, e) 2, 4, 5, 12, 25 Zehntel, f) 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 14, 15, 16, 18, 20, 24 Zwölftel, g) 2, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 22, 24, 25 Zwanzigstel, h) 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 25, 30, 35, 45, 50 Sechzigstel, i) 2, 4, 5, 8, 10, 15, 20, 25, 30, 60, 75, 105, 120, 150 Hundertel.

17) a. 1 [3, 5, 6] Halbe von 2, 4, 6, 5, 7, 12,
b. 2 [3, 5, 6, 10] Drittel von 2, 4, 6, 9, 10, 15,
c. 1 [2, 3, 5, 8] Viertel von 2, 4, 5, 6, 8, 12, 100,
d. 2 [3, 5, 10, 13] Fünftel von 2, 4, 5, 8, 10, 13, 20,
e. 3 [7, 12, 19] Zehntel von 8, 9, 20, 24, 25.
f. 3 [15, 25, 137] Hundertel von 20, 30, 75, 60, 90.

18) a. 1 [3] Halbe von 3 Halben, 5 Drittel, 3 Viertel, 7 Zehntel, 1 Ganzes, 2 Drittel, 3 Ganze, 4 Fünftel, 4 Drittel, 10 Drittel, 12 Fünftel, 1 Ganzes 6 Zehntel.
b. 2 [7] Drittel von 7 Halben, 5 Viertel, 3 Achtel, 1 Zehntel, 9 Zwanzigstel, 1 Ganzes 1 Halb, 4 Ganze 1 Fünftel, 7 Ganze 5 Zehntel.
c. 3 [6, 11] Viertel von 4 Drittel, 5 Sechstel, 10 Achtel, 12 Fünftel, 16 Drittel, 2 Ganze, 3 Zehntel, 1 Ganzes 8 Fünftel, 5 Ganze 28 Hundertel.
d. 3 [8] Fünftel von 2 Fünftel, 6 Achtel, 10 Drittel, 15 Viertel, 20 Hundertel, 1 Ganzes 3 Zehntel, 3 Ganze 3 Viertel, 2 Ganze, 11 Zwölftel.
e. 9 [17] Zehntel von 5 Halben, 7 Drittel, 10 Viertel, 15 Achtel, 35 Hundertel, 1 Ganzes 2 Drittel, 2 Ganze 4 Achtel.

19) Wie oft sind enthalten:

a. 1 Halbes in 3 [10, 17, 8] Halben.
b. 3 Halbe in 6 [15, 10, 11] Halben.
c. 1 Drittel in 7 [13, 15] Dritteln.
d. 4 Drittel in 8 [16, 10, 2, 3] Dritteln.
e. 3 Viertel in 6 [15, 1, 2] Vierteln.
f. 5 Sechstel in 10 [30, 2, 39] Sechsteln.
g. 7 Zehntel in 14 [21, 9, 4] Zehnteln.
h. 3 Hundertel in 15 [2, 7, 6] Hunderteln.
i. 1 Viertel in 1 [5] Ganze 3 [1] Viertel.
k. 3 Fünftel in 1 [2] Ganzen 1 [3] Fünftel.
l. 1 [3] Ganzes 1 [2] Drittel in 2 [14] Ganzen 2 [2] Dritteln.
m. 1 [3] „ 3 [1] Zehntel in 5 [6] „ 2 [2] Zehnteln?

20) a. 1 [3] Halbe + 1 [3] Viertel.
b. 1 [3] Halbe + 1 [5] Sechstel.
c. 1 [2] Ganze 1 [3] Achtel + 1 Halb.
d. 1 [2] Ganze 1 Halb + 5 [4] Ganze 9 [3] Zehntel.
e. 1 [4] Drittel + 5 [7] Sechstel.
f. 2 [5] Drittel + 7 [11] Zwölftel.
g. 1 [2] Ganze 7 [1] Zehntel + 2 [1] Ganze 19 [97] Hundertel.
h. 1 [2] Drittel + 1 [3] Viertel.
i. 3 [1] Halbe + 2 [7] Fünftel.
k. 1 [2] Ganze 3 [1] Viertel + 5 [1] Ganze 4 [3] Fünftel.
l. 1 [3] Halbe + 3 [1] Viertel + 5 [7] Achtel.
m. 1 [5] Halbe + 2 [5] Drittel + 3 [9] Viertel + 1 [5] Sechstel.
n. 1 [3] Halbe + 3 [2] Fünftel + 3 [7] Zehntel + 19 [23] Hundertel.
o. 1 [2] Ganze 1 [2] Drittel + 5 [3] Ganze 1 [3] Viertel + 4 [1] Ganze 3 [4] Fünftel.
p. 2 [1] Ganze 3 [1] Viertel + 5 [2] Ganze 3 [4] Fünftel + 2 [1] Ganze 7 [3] Zehntel + 7 [19] Zwanzigstel.

21) a. 3 [5] Halbe — 1 [7] Viertel.
b. 5 [7] Halbe — 5 [11] Sechstel.
c. 1 [3] Halbe — 3 [11] Achtel.
d. 3 [11] Halbe — 9 [49] Zehntel.
e. 5 [4] Drittel — 5 [1] Sechstel.
f. 3 [7] Viertel — 1 [3] Achtel.
g. 3 [1] Halb — 4 [2] Fünftel.
h. 7 [3] Viertel — 4 [1] Drittel.
i. 3 [4] Fünftel — 1 [3] Viertel.
k. 9 [27] Zwanzigstel — 44 [132] Hundertel.

l. 1 [3] Ganze — 1 [5] Halbe.
m. 2 [5] Ganze — 2 [11] Drittel.
n. 3 [2] Ganze 1 [2] Drittel — 1 [2] Ganze 1 [1] Viertel.
o. 4 [5] Ganze 1 [9] Zehntel — 3 [2] Ganze 13 [17] Zwanzigstel.
p. 3 [4] Ganze 4 [3] Fünftel — 2 [3] Ganze 9 [7] Zehntel.

22) Wie oft ist enthalten:

a. 1 [3, 5] Halbe in 1, 2, 5, 10.
b. 1 [2, 5, 7] Drittel in 1, 3, 7, 10, 14.
c. 1 [3, 9] Fünftel in 1, 2, 3, 5, 7, 9, 10, 18.
d. 1 [3, 7, 11] Zehntel in 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 14, 15, 22.
e. 1 [3, 5] Halbe in 2 Drittel, 3 Fünftel, 5 Zwölftel, 17 Zehntel, 1 Ganzes 1 Halb, 5 Ganze 2 Drittel.
f. 1 [2, 7] Drittel in 3 Halben, 5 Viertel, 14 Fünftel, 21 Zehntel, 5 Ganze 1 Viertel, 2 Ganze 2 Drittel.
g. 1 [2, 9] Fünftel in 1 Halb, 3 Viertel, 27 Zehntel, 63 Hundertel, 1 Ganzes 2 Fünftel, 3 Ganze 9 Zehntel.
h. 1 [7, 13, 19] Zehntel in 3 Halben, 7 Viertel, 13 Zwanzigstel, 3 Ganze 8 Zehntel, 9 Ganze 4 Fünftel.
i. 1 [2] Ganzes 1 [3] Viertel in 3 Halben, 5 Drittel, 7 Viertel, 3 [4] Ganze 1 [2] Drittel, 5 [5] Ganze 6 [5] Zehntel?

§ 62. Wenn eine Einheit in mehrere gleiche Teile geteilt wird, so heißt ein solcher Teil eine *gebrochene Einheit*. Eine oder mehrere gebrochene Einheiten zusammengenommen bilden eine *gebrochene Zahl* oder einen *Bruch*.

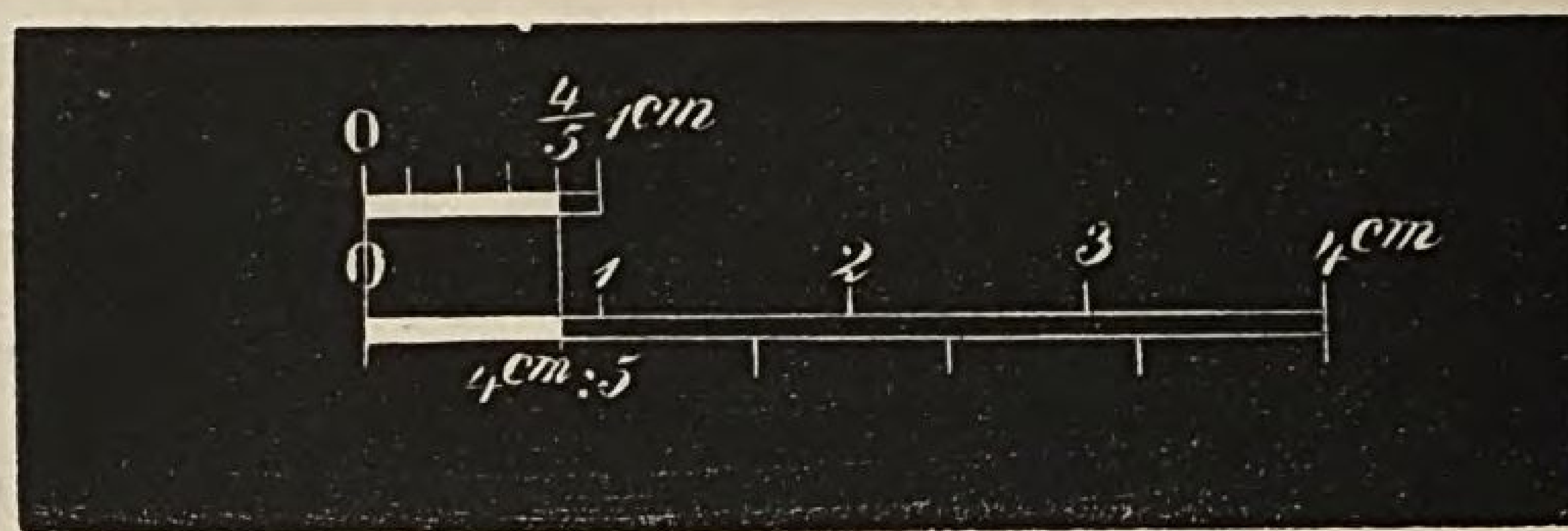
Gebrochene Einheiten sind demnach: Halbe, Drittel, Viertel u. s. w. Zahlen, welche keine gebrochenen Einheiten enthalten, heißen *ganze Zahlen*.

Zu einem Bruch gehören zwei Zahlen: der Nenner und der Zähler. Der *Nenner* gibt an, wie viele der gebrochenen Einheiten auf die ganze Einheit gehen, der *Zähler* gibt an, wie viele solcher gebrochenen Einheiten der Bruch enthält.
Z. B. drei Viertel; Nenner vier, Zähler drei.

Der Nenner benennt, der Zähler zählt die gebrochenen Einheiten.

Der Bruch wird durch einen wagrechten Strich bezeichnet; der Nenner wird unter, der Zähler über den Bruchstrich gesetzt. z. B. $\frac{3}{4}$.

§ 63.



Aus vorstehender Zeichnung ersieht man, daß z. B.

$$\frac{4}{5} = 4 : 5$$

d. h. **Jeder Bruch kann als Quotient betrachtet werden, dessen Dividend der Zähler, dessen Divisor der Nenner ist.**

Der bei einer Division verbleibende Rest bildet den Zähler eines Bruches, zu dem als Nenner der Divisor gehört.

Z. B. $25 : 3 = 8 + \frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$. $59 : 11 = 5 + \frac{4}{9} = 5\frac{4}{9}$.

Eine solche Summe aus einer ganzen Zahl und einem Bruch heißt gemischte Zahl.

Jede ganze Zahl kann ferner als Bruch geschrieben werden mit dem Nenner eins. Z. B.

$$13 = \frac{13}{1}.$$

§ 64. Man unterscheidet echte Brüche, welche kleiner sind als die Einheit, unechte Brüche, welche größer sind als die Einheit. Bei den echten Brüchen ist der Zähler kleiner als der Nenner, bei den unechten ist der Zähler größer als der Nenner. Z. B.

$$\frac{2}{3}, \quad \frac{5}{4}.$$

Ein Bruch, dessen Zähler und Nenner gleich sind, ist gleich der Einheit. Z. B.

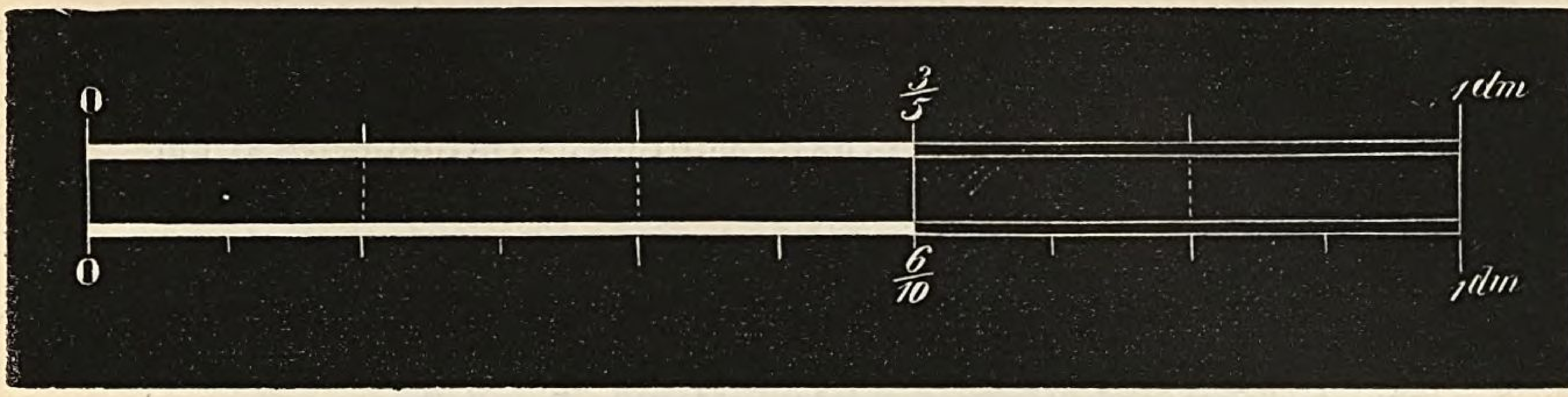
$$\frac{6}{6} = 1.$$

Unechte Brüche lassen sich in gemischte Zahlen verwandeln und umgekehrt.

$$\frac{29}{4} = 29 : 4 = 7\frac{1}{4}. \quad 5\frac{2}{7} = \frac{5 \cdot 7 + 2}{7} = \frac{37}{7}.$$

Brüche, deren Zähler ein Vielfaches des Nenners ist, sind ihrem Werte nach ganze Zahlen. Z. B.

$$\frac{56}{7} = 8.$$



§ 65. Aus vorstehender Zeichnung ersieht man, daß z. B.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

d. h. $$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10},$$

oder umgekehrt $$\frac{35}{40} = \frac{35 : 5}{40 : 5} = \frac{7}{8}.$$

D. h. **Der Wert eines Bruches wird nicht geändert, wenn man den Zähler und den Nenner mit der nämlichen Zahl multipliziert, oder durch die nämliche Zahl dividiert.**

Die zwei hiernach erlaubten Umformungen der Brüche heißen das Erweitern und das Vereinfachen.

§ 66. 1) Einen Bruch erweitern heißt Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizieren.

Jeder Bruch läßt sich erweitern; hiebei werden Zähler und Nenner des neuen Bruches Vielfache von Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs. Z. B.

$$\frac{7}{9} = \frac{21}{27}.$$

2) Ebenso kann man auch jeden Bruch so erweitern, daß der Nenner (oder der Zähler) des neuen Bruches ein gegebenes Vielfaches von dem Nenner (oder dem Zähler) des ursprünglichen Bruches werde. Z. B.

$\frac{7}{11}$ auf den Nenner 33 zu bringen;

$$11 \cdot 3 = 33, \text{ oder } 33 : 11 = 3.$$

Also $$\frac{7}{11} = \frac{7 \cdot 3}{11 \cdot 3} = \frac{21}{33},$$

d. h. man dividiert den neuen Nenner (Zähler) durch den gegebenen Nenner (Zähler) und multipliziert mit dem Quotienten Zähler und Nenner des gegebenen Bruches.

3) Zwei oder mehrere Brüche lassen sich durch Erweiterung auf denselben Nenner (Zähler) bringen, wenn man als Hauptnenner (Hauptzähler) ein gemeinschaftliches Vielfaches — am besten das kleinste — der gegebenen Nenner (Zähler) wählt. Z. B.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4 \cdot 30} = \frac{90}{120}, \quad 120 : 4 = 30,$$
$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 24}{5 \cdot 24} = \frac{96}{120}, \quad 120 : 5 = 24,$$
$$\frac{9}{8} = \frac{9 \cdot 15}{8 \cdot 15} = \frac{135}{120}, \quad 120 : 8 = 15,$$
$$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 10}{12 \cdot 10} = \frac{70}{120}, \quad 120 : 12 = 10.$$

$$\frac{6}{11} = \frac{6 \cdot 4}{11 \cdot 4} = \frac{24}{44}, \quad 24 : 6 = 4,$$
$$\frac{8}{9} = \frac{8 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{24}{27}, \quad 24 : 8 = 3,$$
$$\frac{12}{17} = \frac{12 \cdot 2}{17 \cdot 2} = \frac{24}{34}, \quad 24 : 12 = 2.$$

§ 67. Einen Bruch vereinfachen heißt Zähler und Nenner durch dieselbe ganze Zahl dividieren.

Das Vereinfachen der Brüche setzt voraus, daß Zähler und Nenner einen gemeinschaftlichen Teiler haben. Ein Bruch ist auf seiner einfachsten Form, wenn Zähler und Nenner relative Primzahlen sind. Z. B.

$$\frac{77}{132} = \frac{77:11}{132:11} = \frac{7}{12}.$$

§ 68. a) Unter Brüchen mit gleichem Nenner ist derjenige der größere, der den größeren Zähler hat; z. B.

$$\frac{7}{11} > \frac{5}{11}.$$

b) Unter Brüchen mit gleichem Zähler ist derjenige der größere, der den kleineren Nenner hat.

$$\frac{19}{7} > \frac{19}{13}.$$

Übung.

23) Verwandle folgende unechte Brüche in gemischte Zahlen:

a. $\frac{7}{3}$, b. $\frac{15}{11}$, c. $\frac{29}{6}$, d. $\frac{137}{24}$, e. $\frac{406}{59}$, f. $\frac{3016}{807}$, g. $\frac{9403}{2107}$

h. $\frac{15008}{309}$, i. $\frac{119}{17}$, k. $\frac{6853}{623}$.

23) Berechne: a. 271 : 31, b. 1205 : 652, c. 7438 : 129, d. 36000 : 49, e. 57048 : 107, f. 609041 : 347.

24) Verwandle folgende gemischte Zahlen in unechte Brüche:
a. $1\frac{1}{2}$, b. $1\frac{7}{11}$, c. $1\frac{19}{36}$, d. $2\frac{57}{68}$, e. $3\frac{7}{8}$, f. $14\frac{1}{9}$,
g. $27\frac{38}{51}$, h. $16\frac{17}{49}$, i. $147\frac{258}{361}$, k. $2006\frac{1901}{7431}$.

25) Erweitere folgende Brüche:
a. $\frac{1}{2}$ auf den Nenner 4, 6, 8, 10, 12, 18, 20, 60, 100.
b. $\frac{2}{3}$ „ „ „ 6, 9, 12, 18, 30, 45, 90, 99.
c. $\frac{4}{5}$ „ „ „ 10, 20, 25, 60, 80, 100.
d. $\frac{17}{10}$ „ „ „ 20, 30, 70, 100, 500, 1000.
e. $\frac{1}{12}$ „ „ „ 24, 36, 60, 132, 180, 600.
f. $\frac{16}{15}$ „ „ „ 30, 90, 135, 225.
g. $\frac{31}{17}$ „ „ „ 34, 85, 187, 391.
h. $\frac{1}{20}$ „ „ „ 40, 80, 100, 1000.
i. $\frac{49}{24}$ „ „ „ 48, 96, 120, 216, 360.
k. $\frac{21}{25}$ „ „ „ 50, 100, 400, 1000.
l. $\frac{3}{2}$ „ Zähler 6, 15, 39.
m. $\frac{13}{18}$ „ „ 39, 65, 169.

26) Verwandle folgende ganze Zahlen in Brüche:
a. 7 in einen Bruch mit den Nenner 2, 5, 8, 10.
b. 19 „ „ „ „ „ „ 4, 9, 11, 19.
c. 47 „ „ „ „ „ „ 6, 15, 20, 100.
d. 8 „ „ „ „ „ Zähler 16, 40, 64, 1000.
e. 31 „ „ „ „ „ „ 62, 155, 279, 341.

27) Bringe folgende Gruppen von Brüchen auf einen gemeinschaftlichen Nenner:

a. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ b. $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}$ c. $\frac{3}{4}, \frac{9}{8}$

d. $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{17}{10}$ e. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{12}$ f. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$

g. $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}$ h. $\frac{1}{3}, \frac{5}{7}$ i. $\frac{4}{5}, \frac{10}{7}$

k. $\frac{25}{12}, \frac{9}{13}$ l. $\frac{4}{11}, \frac{8}{15}$ m. $\frac{23}{25}, \frac{19}{27}$

n. $\frac{4}{9}, \frac{13}{12}, \frac{7}{18}$ o. $\frac{9}{5}, \frac{13}{10}, \frac{4}{25}$ p. $\frac{11}{10}, \frac{7}{12}, \frac{8}{15}$

q. $\frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}$ r. $\frac{7}{15}, \frac{5}{21}, \frac{3}{35}$ s. $\frac{9}{35}, \frac{61}{55}, \frac{72}{77}$

t. $\frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{14}, \frac{1}{15}, \frac{1}{21}, \frac{1}{35}$ u. $\frac{17}{30}, \frac{53}{42}, \frac{81}{70}, \frac{19}{105}$

v. $\frac{19}{24}, \frac{13}{30}, \frac{37}{36}, \frac{51}{40}, \frac{8}{45}$

w. $\frac{23}{48}, \frac{39}{80}, \frac{35}{72}, \frac{99}{200}, \frac{53}{108}, \frac{67}{135}, \frac{149}{300}$

x. $\frac{423}{697}, \frac{512}{779}$ y. $\frac{1000}{2077}, \frac{700}{1541}$

28) Bringe folgende Gruppen von Brüchen auf einen gemeinschaftlichen Zähler:

a. $\frac{3}{4}, \frac{7}{12}$ b. $\frac{8}{11}, \frac{3}{13}, \frac{12}{17}$ c. $\frac{77}{60}, \frac{91}{100}, \frac{143}{120}$

29) Vereinfache folgende Brüche:

a. $\frac{2}{4}$. b. $\frac{3}{6}$ c. $\frac{15}{10}$. d. $\frac{150}{70}$. e. $\frac{4}{6}$. f. $\frac{16}{12}$

g. $\frac{20}{30}$. h. $\frac{15}{20}$. i. $\frac{60}{48}$. k. $\frac{10}{25}$. l. $\frac{55}{66}$. m. $\frac{18}{21}$.

n. $\frac{55}{45}$. o. $\frac{147}{70}$. p. $\frac{54}{99}$. q. $\frac{85}{60}$. r. $\frac{81}{117}$. s. $\frac{91}{175}$.

30) Desgleichen:

a. $\frac{248}{516}$. b. $\frac{670}{415}$. c. $\frac{258}{282}$. d. $\frac{513}{576}$. e. $\frac{407}{462}$.

f. $\frac{420}{456}$. g. $\frac{915}{765}$. h. $\frac{1680}{1744}$. i. $\frac{2286}{2250}$. k. $\frac{4320}{8060}$.

l. $\frac{3096}{3144}$. m. $\frac{2025}{1975}$. n. $\frac{1764}{1800}$. o. $\frac{2040}{3080}$. p. $\frac{14760}{22032}$.

q. $\frac{46}{115}$. r. $\frac{87}{145}$. s. $\frac{148}{185}$. t. $\frac{344}{387}$. u. $\frac{737}{1072}$.

v. $\frac{323}{437}$. w. $\frac{2257}{3599}$. x. $\frac{7811}{7169}$. y. $\frac{6409}{5083}$. z. $\frac{2323}{7171}$.

31) Desgleichen:

a. $\frac{7}{14}$. b. $\frac{27}{81}$. c. $\frac{12}{60}$. d. $\frac{24}{576}$. e. $\frac{25}{775}$.

f. $\frac{18}{2}$. g. $\frac{35}{5}$. h. $\frac{414}{9}$. i. $\frac{1035}{15}$. k. $\frac{3204}{36}$.

l. $\frac{29}{232}$. m. $\frac{83}{2075}$. n. $\frac{103}{7416}$. o. $\frac{684}{19}$. p. $\frac{3589}{97}$

32) Bringe folgende Brüche auf die beigesetzten Nenner (Zähler.)

a. $\frac{42}{66}$ auf den Nenner 55, b. $\frac{45}{72}$ auf den Nenner 40,

c. $\frac{75}{60}$ " " " 100, d. $\frac{49}{70}$ " " " 80,

e. $\frac{96}{276}$ " " " 115, f. $\frac{264}{888}$ " " " 999,

g. $\frac{13}{221}$ " " Zähler 25, h. $\frac{118}{413}$ " " Zähler 40.

33) Bringe folgende Gruppen von Brüchen auf einen gemeinschaftlichen Nenner:

a. $\frac{36}{45}$, $\frac{50}{60}$. b. $\frac{35}{20}$, $\frac{64}{40}$. c. $\frac{49}{84}$, $\frac{99}{135}$.

d. $\frac{24}{36}$, $\frac{27}{45}$, $\frac{44}{77}$. e. $\frac{23}{46}$, $\frac{34}{51}$, $\frac{38}{95}$, $\frac{115}{161}$.

f. $\frac{81}{360}$, $\frac{187}{330}$, $\frac{65}{312}$. g. $\frac{100}{75}$, $\frac{162}{180}$, $\frac{87}{290}$, $\frac{321}{535}$.

34) Welcher unter folgenden Brüchen ist der größte und welcher der kleinste:

a. $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$; b. $\frac{12}{11}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{17}{11}$; c. $\frac{7}{3}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{7}{5}$;

d. $\frac{19}{24}$, $\frac{19}{38}$, $\frac{19}{11}$, $\frac{19}{27}$; e. $\frac{16}{30}$, $\frac{35}{75}$, $\frac{28}{60}$; f. $\frac{39}{21}$, $\frac{52}{64}$, $\frac{117}{126}$?

d. 27) v) e. 27) w).

35) Verwandle in Stunden:

a. 15'. b. 27'. c. 144'. d. 1^h 42'. e. 7^h 25'.

in Minuten:

f. 40''. g. 55''. h. 3' 5''. i. 16' 45''. k. 75''.

in Tage:

l. 23^h. m. 16^h. n. 92^h. o. 4^d 10^h. p. 8^d 9^h.

36) Verwandle:

in Meter: a. 80 *cm* b. 140 *cm* c. 3 *m* 60 *cm* d. 700 *mm*.

in Hektar: e. 25 *a* 480 *a* g. 75 *qm* h. 2 *ha* 40 *a*.

in Ster: i. 25 *l* k. 375 *l* l. 2048 *l* m. 900 *ccm*.

in Kilogramm: n. 50 *g* o. 2060 *g* p. 1500 *g* q. 64 *mg*.

37) Verwandle:

in Mark: a. 90 ₰ b. 2 ℳ 60 ₰ c. 1005 ₰ d. 17 ₰.

in Gulden: e. 280 *kr* f. 975 *kr* g. 8 *fl* 95 *kr* h. 4 *fl* 63 *kr*.

38) Verwandle in niedrigere Einheiten:

a. $3\frac{4}{5}{}^h$ b. $7\frac{1}{2}{}'$ c. $\frac{3}{4}{}^h$ d. $\frac{3}{8}{}^d$ e. $1\frac{5}{6}{}^d$

f. $\frac{3}{100}$ ℳ g. $\frac{17}{20}$ *fl* h. $1\frac{3}{5}$ *fr* i. $\frac{6}{10}$ *m* k. $\frac{1}{8}$ *km*

l. $2\frac{1}{4}$ *ha* m. $\frac{9}{16}$ *qm* n. $\frac{4}{125}$ *cbm* o. $\frac{8}{25}$ *t* p. $\frac{37}{200}$ *g*.

XVIII. Addition und Subtraktion.

§ 69.

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7},$$

$$\frac{11}{17} - \frac{5}{17} = \frac{11-5}{17} = \frac{6}{17}$$

d. h. **Brüche mit gleichen Nennern werden addiert oder subtrahiert, indem man die Zähler addiert oder subtrahiert, die gleichen Nenner aber beibehält.**

§ 70. Brüche mit verschiedenen Nennern werden, damit man sie addieren oder subtrahieren kann, auf denselben Nenner gebracht; z. B.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{9+8-2}{12} = \frac{15}{12} = 1\frac{1}{4}.$$

Bei gemischten Zahlen kann man zuerst die Ganzen und dann die Brüche addieren oder subtrahieren. Hiebei kann es eintreten, daß der Minuend entweder keinen oder einen kleineren

Bruch enthält als der Subtrahend, in welchem Fall man eine Einheit des Minuenden in gebrochene Einheiten zerlegt. Z. B.

$$1\frac{3}{5} + 2\frac{7}{10} = 3 + \frac{6+7}{10} = 3\frac{13}{10} = 4\frac{3}{10}.$$

$$2\frac{1}{7} - 1\frac{3}{14} = 1 + \frac{2-3}{14} = \frac{16-3}{14} = \frac{13}{14}.$$

$$5 - \frac{3}{11} = 4 + \frac{11-3}{11} = 4\frac{8}{11}.$$

Übung.

1) Addiere:

a. $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$. b. $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$. c. $\frac{4}{9}, \frac{3}{9}, \frac{2}{9}$. d. $\frac{5}{18}, \frac{7}{18}, \frac{11}{18}, \frac{1}{18}$.

e. $\frac{9}{21}, \frac{2}{21}, \frac{1}{21}$. f. $1\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, 3\frac{3}{5}, 2\frac{4}{5}$. g. $9\frac{2}{7}, 3\frac{4}{7}, 5\frac{3}{7}$.

h. $7\frac{19}{77}, 2\frac{17}{77}, \frac{13}{77}$. i. $\frac{7}{15}, \frac{12}{45}, \frac{22}{30}, \frac{65}{75}$.

k. $3\frac{12}{26}, 1\frac{15}{39}, \frac{20}{65}, \frac{14}{91}$. l. $\frac{89}{143}, \frac{12}{143}, \frac{27}{143}, \frac{15}{143}$.

2) Subtrahiere:

a. $\frac{7}{15}$ von $\frac{11}{15}$. b. $\frac{9}{25}$ von $\frac{18}{25}$. c. $\frac{7}{3}$ von $\frac{10}{3}$.

d. $2\frac{3}{8}$ von $5\frac{5}{8}$. e. $9\frac{4}{11}$ von $15\frac{6}{11}$. f. $\frac{2}{9}$ von $3\frac{8}{9}$.

g. 4 von $5\frac{2}{3}$. h. 19 von $19\frac{2}{17}$. i. $4\frac{7}{12}$ von $5\frac{1}{12}$.

k. $\frac{9}{20}$ von $14\frac{3}{20}$. l. $3\frac{7}{19}$ von 6. m. $8\frac{17}{39}$ von 9.

n. $\frac{14}{15}$ von 1. o. $\frac{27}{43}$ von 1. p. $\frac{12}{21}$ von $1\frac{25}{35}$.

q. $7\frac{24}{68}$ von $9\frac{9}{51}$. r. $12\frac{147}{259}$ von $19\frac{147}{259}$. s. $2\frac{211}{1096}$ von $3\frac{759}{1096}$.

3) Addiere:

a. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$. b. $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}$. c. $1\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 2\frac{5}{8}$. d. $3\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$

e. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. . $1\frac{5}{6}, 2\frac{3}{4}, \frac{7}{2}$. g. $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{7}{15}$.

h. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$. i. $1\frac{5}{9}, 4\frac{1}{6}$. k. $1\frac{3}{4}, 2\frac{2}{5}$.

l. $\frac{3}{8}, \frac{11}{6}, \frac{5}{4}, \frac{2}{3}$. m. $7\frac{1}{6}, 2\frac{8}{15}, \frac{2}{3}, 1\frac{7}{10}$.

n. $\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4}, 2\frac{5}{8}, 7\frac{3}{16}, \frac{1}{32}$. o. $\frac{7}{12}, \frac{4}{9}$. p. $1\frac{3}{10}, 2\frac{7}{8}$.

q. $\frac{19}{20}, \frac{14}{15}, \frac{11}{12}, \frac{9}{10}, \frac{5}{6}$. r. $\frac{7}{25}, \frac{3}{4}, 1\frac{9}{10}, 3\frac{39}{50}, 12\frac{19}{100}$.

s. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$. t. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{6}{7}$. u. $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{11}$.

v. $\frac{5}{6}, 2\frac{3}{10}, 7\frac{8}{15}$. w. $\frac{7}{6}, \frac{9}{10}, \frac{15}{14}, \frac{14}{15}, \frac{22}{21}, \frac{34}{35}$.

x. $\frac{34}{105}, \frac{54}{165}, \frac{128}{385}$. y. $1\frac{7}{24}, 2\frac{7}{30}, 3\frac{11}{36}, 4\frac{9}{40}$.

z. $\frac{91}{180}, \frac{73}{150}, \frac{61}{120}, \frac{49}{100}$.

4) Addiere:

a. $\frac{5}{21}, \frac{9}{28}$. b. $\frac{23}{85}, \frac{59}{102}$. c. $\frac{183}{170}, \frac{305}{204}$.

d. $1\frac{13}{66}, 2\frac{47}{110}, \frac{17}{165}$. e. $\frac{17}{390}, \frac{19}{546}, \frac{23}{910}, \frac{29}{1365}$.

f. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$.

g. $\frac{3}{11}, \frac{5}{13}, \frac{12}{17}$. h. $\frac{500}{481}, \frac{700}{629}$. i. $\frac{13}{77}, \frac{11}{91}, \frac{7}{143}$

5) Addiere:

a. $\frac{7}{14}, \frac{10}{15}$. b. $\frac{14}{35}, \frac{44}{33}$. c. $\frac{17}{34}, \frac{29}{87}, \frac{37}{148}$.

d. $1\frac{121}{165}, 2\frac{65}{117}$. e. $\frac{49}{168}, \frac{119}{510}, \frac{39}{40}$.

f. $\frac{35}{360}, \frac{175}{900}, \frac{187}{594}$. g. $\frac{110}{270}, \frac{119}{315}, \frac{184}{600}, \frac{225}{625}$.

6) Subtrahiere:

a. $\frac{1}{2}$ von $\frac{2}{3}$. b. $\frac{3}{5}$ von $\frac{9}{10}$. c. $\frac{7}{10}$ von $1\frac{8}{15}$.

d. $\frac{7}{9}$ von $\frac{5}{6}$. e. $\frac{13}{12}$ von $\frac{17}{15}$. f. $1\frac{3}{4}$ von $2\frac{7}{8}$.

g. $2\frac{8}{9}$ von $3\frac{4}{15}$. h. $5\frac{3}{8}$ von $7\frac{2}{3}$. i. $3\frac{29}{30}$ von $4\frac{5}{18}$.

k. $4\frac{3}{14}$ von $6\frac{11}{21}$. l. $2\frac{17}{22}$ von $3\frac{16}{33}$. m. $\frac{22}{45}$ von $\frac{19}{36}$.

n. $1\frac{5}{13}$ von $2\frac{1}{11}$. o. $5\frac{31}{91}$ von $6\frac{139}{119}$. p. $\frac{1}{19}$ von $\frac{1}{17}$.

q. $\frac{9}{15}$ von $2\frac{4}{16}$. r. $\frac{27}{50}$ von $9\frac{3}{75}$. s. $\frac{22}{33}$ von $1\frac{17}{68}$.

t. $\frac{232}{280}$ von $\frac{225}{189}$. u. $\frac{64}{104}$ von $\frac{180}{153}$. v. $\frac{117}{2331}$ von $\frac{1900}{10175}$.

7) a. $\frac{1}{3} + \frac{2}{7} + \frac{1}{21}$. b. $2\frac{2}{5} + 3\frac{5}{6} - 4\frac{1}{3}$.

c. $4\frac{3}{4} + 1\frac{2}{5} - 3\frac{7}{12} - 2\frac{17}{30}$.

d. $3\frac{7}{8} - 5\frac{3}{28} + 7\frac{5}{14} - 5\frac{42}{56}$.

e. $\frac{5}{32} - \frac{7}{16} + \frac{5}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$.

f. $2\frac{3}{16} + \frac{1}{28} - 1\frac{5}{7} - \frac{1}{112}$.

g. $6\frac{27}{28} + 2\frac{22}{99} - 5\frac{21}{25}$.

8) a. $\frac{7}{12} - \frac{8}{15} + \frac{11}{21} - \frac{4}{9}$

b. $2\frac{13}{15} - 1\frac{2}{9} + \frac{17}{33} + \frac{5}{33} - 3\frac{1}{9} + 4\frac{5}{18}$

c. $\frac{5}{8} + 1\frac{1}{3} - \frac{13}{32} - \frac{17}{27} + \frac{1}{32} - \frac{10}{27}$

d. $\frac{2}{5} + 1\frac{1}{6} - \frac{19}{60} + \frac{63}{99} - \frac{4}{27} + \frac{5}{12}$
$- \frac{14}{27} - \frac{35}{55}$[38])

e. $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64}$

f. $3 - \frac{2}{3} - \frac{4}{9} - \frac{8}{27} - \frac{16}{81}$

g. $\frac{112}{136} + \frac{140}{116} - \frac{235}{185} + \frac{8}{35} + \frac{11}{21} + \frac{7}{15} - 1\frac{23}{105} - \frac{243}{333} - \frac{42}{203} + \frac{30}{107}$ [39])

9) a. $\frac{7}{11} - \left(\frac{9}{11} - \frac{2}{11}\right)$ b. $1\frac{3}{14} - \left(2\frac{5}{14} + 3\frac{1}{14} - 4\frac{7}{14}\right)$.

c. $\left(2\frac{1}{3} + 4\frac{2}{3}\right) - \left(5\frac{5}{11} + \frac{6}{11}\right)$.

d. $19\frac{1}{2} - \left(2\frac{3}{4} - 1\frac{4}{5}\right) + \left(7\frac{1}{4} - 6\right) - \left(3 - 1\frac{2}{5}\right)$.

e. $\left(14\frac{2}{5} - 3\frac{2}{7} - 9\right) - \left(15\frac{1}{5} + 6 - 20\right) + \left(24 - 3\frac{6}{7} - 1\frac{4}{5}\right)$.

f. $\left(6\frac{10}{17} - 1\frac{3}{34}\right) - \left(10\frac{3}{5} - 4\frac{7}{20}\right) + \left(8 - \frac{1}{8}\right) - \left(7\frac{2}{5} - \frac{31}{40}\right) + \left(6\frac{13}{38} + \frac{9}{57}\right)$ [40])

g. $\frac{13}{26} - \left(\frac{11}{33} + \frac{7}{63}\right) + \left(4 - 3\frac{20}{25}\right) - \left(\frac{14}{18} - \frac{24}{36}\right) - \frac{22}{495}$ [41])

h. $\left(2\frac{37}{60} + 5\frac{9}{20} - \frac{2}{15} - 7\frac{1}{60}\right) - \left(3\frac{5}{12} - 1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{16} - 2\frac{5}{16}\right)$ [42])

i. $\left(1\frac{1}{14} + 10\frac{1}{2} - 10\frac{5}{7}\right) - \left(1\frac{1}{7} - \frac{1}{5} - \frac{24}{105}\right) + \left(5\frac{11}{77} - 2\frac{5}{9} - 2\frac{1}{63}\right) - \left(1\frac{4}{21} - \frac{5}{6} + \frac{1}{14}\right)$ [43])

10) a. $11\frac{2}{15} - \left[6\frac{7}{10} - \left(7 - 5\frac{13}{20}\right)\right]$

b. $\left(5\frac{2}{3} - 3\frac{7}{8}\right) - \left[2 - \left(1\frac{1}{9} + \frac{5}{12}\right)\right]$.

c. $\left[2\frac{5}{8} - \left(5\frac{1}{6} - 4\frac{2}{3}\right)\right] - \left(\frac{7}{12} - \frac{1}{3}\right)$.

d. $20 - \left[12 - \left(8\frac{5}{6} - 7\frac{3}{4}\right) + \left(3\frac{1}{5} + 2\frac{7}{10}\right)\right]$

e. $\left(15\frac{8}{14} + 4\frac{9}{21}\right) - \left[18\frac{3}{4} + \left(9\frac{3}{4} - 5 + 8\frac{1}{2} - 12\frac{1}{3}\right)\right].$

f. $16\frac{2}{9} - \left[15\frac{5}{18} - \left(7\frac{1}{4} + 3\frac{2}{9}\right) + \left(15\frac{1}{2} - 14\frac{2}{3}\right)\right]$

g. $17\frac{3}{5} - \left[\left(2\frac{5}{8} - \frac{7}{8}\right) + \left(1\frac{15}{28} - 1\frac{2}{7}\right)\right] - \left[\left(5\frac{2}{11} + 7\frac{9}{11}\right) - \left(\frac{4}{5} + \frac{12}{20}\right)\right]$[44])

h. $\left[\left(\left(6\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4}\right) + \left(3 - \frac{3}{4}\right)\right) - \left(5\frac{2}{7} - \left(1\frac{6}{7} + \frac{18}{21}\right)\right)\right] - \left[\left(12\frac{17}{28} + 3\frac{19}{28}\right) - \left(\left(8\frac{9}{24} + 7\frac{25}{40}\right) - \frac{11}{77}\right)\right]$[45])

11) Welches ist die Summe der Brüche $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$ $\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{5}\right]$?

12) Welcher Bruch ergänzt den echten Bruch $\frac{147}{211}$, $\left[\frac{2091}{3732}, \frac{783}{10000}\right]$ zur Einheit?

13) Um wieviel wird $5\frac{43}{163}$, $\left[17\frac{8}{125}\right]$ von der Zahl 10 [25] übertroffen?

14) Welcher von den Brüchen $\frac{52}{53}$ u. $\frac{57}{59}$ $\left[\frac{63}{124}\right.$ u. $\frac{77}{155}$, $\frac{49}{148}$ und $\frac{61}{185}$ und $\left.\frac{75}{222}\right]$ ist der größere, und welches sind die Unterschiede dieser Brüche?

15) Wieviel fehlt der Summe der Brüche: $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$, $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \frac{2}{15}, \frac{3}{20}, \frac{7}{30}\right]$ zu dem Wert $\frac{1}{4}$ [1]?

16) Man soll die Summe der Brüche $15\frac{1}{10}$, $11\frac{1}{20}$,

$14\frac{7}{25}$ $\left[7\frac{1}{2},\ 4\frac{3}{4},\ \frac{9}{10},\ \frac{11}{20},\ 8\frac{3}{25}\right]$ von dem Unterschiede der Zahlen 80 und $39\frac{14}{25}$ [100 und $65\frac{37}{50}$] subtrahieren.

17) Addiere:

a. $24\frac{3}{4}h$, $9\frac{1}{2}h$ $\frac{6}{12}h$, $\frac{7}{15}$.
b. $1\frac{3}{25}$ *kg*, $2\frac{4}{125}$ *kg*, $6\frac{3}{4}$ *kg*, $9\frac{3}{20}$ *kg*, $\frac{3}{50}$ *kg*.
c. $1\frac{1}{2}$ ℳ, $2\frac{2}{3}$ ℳ, $1\frac{7}{10}$ ℳ, $\frac{19}{100}$ ℳ.
d. $14\frac{3}{4}$ *hl*, $16\frac{2}{5}$ *hl*, $7\frac{9}{10}$ *hl*.

18) Subtrahiere:

a. $19\frac{3}{100}$ ℳ von 20 ℳ. b. $171\frac{3}{8}$ *km* von $254\frac{7}{125}$ *km*.
c. $7\frac{3}{4}$ *cbm* von 10 *cbm*. d. $9\frac{3}{4}$ *ha* von $12\frac{1}{25}$ *ha*.

19) Von drei Knaben hat der erste $1\frac{2}{5}$ ℳ [$5\frac{3}{4}$ *fl*] mehr, der zweite $2\frac{3}{4}$ ℳ [$2\frac{7}{10}$ *fl*] weniger als der dritte, dieser aber $5\frac{1}{10}$ ℳ [$8\frac{9}{20}$ *fl*]. Wieviel haben alle zusammen?

20) Eine Summe von 180 ℳ [100 *fr*] wird unter fünf Personen so verteilt, daß die erste $47\frac{1}{2}$ ℳ [$31\frac{4}{25}$ *fr*] jede folgende immer um $6\frac{1}{4}$ ℳ [$5\frac{17}{20}$ *fr*] weniger, die fünfte aber den Rest erhalte. Wie viel erhält jede?

21) Jemand will eine Reise in vier Tagmärschen machen. Am ersten Tag will er $\frac{1}{3}$, am zweiten Tag $\frac{3}{10}$, am dritten Tag $\frac{4}{15}$ des Weges zurücklegen. Welcher Bruchteil des Weges bleibt ihm dann noch für den vierten Tag übrig?

22) Fünf Arbeiter übernehmen eine Arbeit. Der erste will $\frac{7}{30}$, der zweite $\frac{11}{45}$ übernehmen; der dritte will um $\frac{1}{10}$ der ganzen Arbeit weniger als der erste, und der vierte um $\frac{3}{20}$ weniger als der zweite übernehmen. Wie viel bleibt für den fünften übrig?

23) Drei Röhren füllen einen Behälter. Die erste liefert um $\frac{1}{25}$ mehr, die zweite um $\frac{2}{15}$ weniger als den dritten Teil. Wie viel mehr oder weniger als ein Drittel muß dann die dritte Röhre liefern?

24) Aus einem Faß, welches zu drei Vierteilen gefüllt ist, wird $\frac{1}{3}$ des ganzen Inhaltes ausgelassen, dann wieder $\frac{2}{5}$ zugegossen und endlich wieder $\frac{3}{10}$ ausgelassen. Wie viel mehr oder weniger als zu Anfang ist jetzt im Fasse?

25) Berechne:

a. a + b — c — d.

$a = \frac{3}{4}$ $b = \frac{4}{5}$ $c = \frac{5}{8}$ $d = \frac{7}{10}$.

$a = 1\frac{1}{4}$ $b = 3\frac{9}{10}$ $c = 2\frac{17}{20}$ $d = \frac{9}{25}$.

b. $(a - b) + (c - d)$.

$a = 1\frac{9}{10}$ $b = 1\frac{19}{20}$ $c = 4\frac{1}{25}$ $d = 3\frac{49}{50}$.

$a = \frac{1}{3}$ $b = \frac{1}{4}$ $c = \frac{1}{5}$ $d = \frac{1}{6}$.

c. $(a - b) - (c - d)$.

$a = \frac{7}{8}$ $b = \frac{5}{9}$ $c = \frac{11}{24}$ $d = \frac{4}{9}$.

$a = 1\frac{1}{30}$ $b = \frac{19}{20}$ $c = 5$ $d = 4\frac{14}{15}$.

XIX. Multiplikation und Division.

§ 71. Multiplikation eines Bruches mit einer ganzen Zahl.

$$\frac{5}{19} \cdot 3 = \frac{5}{19} + \frac{5}{19} + \frac{5}{19} = \frac{5 \cdot 3}{19} = \frac{15}{19}$$

d. h. **Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert den Nenner aber beibehält.**

$$\frac{7}{36} \cdot 9 = \frac{7 \cdot 9}{36} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

$$\frac{13}{35} \cdot 25 = \frac{13 \cdot 25}{35} = \frac{13 \cdot 5}{7} = \frac{65}{7} = 9\frac{2}{7}.$$

$$20 \cdot \frac{11}{30} = \frac{20 \cdot 11}{30} = \frac{2 \cdot 11}{3} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$$

$$28 \cdot \frac{3}{7} = \frac{28 \cdot 3}{7} = \frac{4 \cdot 3}{1} = 12.$$

Gemischte Zahlen kann man in unechte Brüche verwandeln oder sowohl die Ganzen als den Bruch multiplizieren:

$$5\frac{3}{4} \cdot 14 = \frac{23}{4} \cdot 14 = \frac{23 \cdot 7}{2} = \frac{161}{2} = 80\frac{1}{2}$$

oder $5\frac{3}{4} \cdot 14 = 5 \cdot 14 + \frac{3}{4} \cdot 14 = 70 + \frac{3 \cdot 7}{2}$

$$= 70 + \frac{21}{2} = 70 + 10\frac{1}{2} = 80\frac{1}{2}$$

§ 72. Division eines Bruches durch eine ganze Zahl.

$$\frac{7}{9} : 4 = \frac{7}{9 \cdot 4} = \frac{7}{36}$$

Denn ein Sechsunddreißigstel ist der vierte Teil von einem Neuntel.

D. h. Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man den Nenner mit der ganzen Zahl multipliziert den Zähler aber beibehält.

$$\frac{15}{19} : 3 = \frac{15}{19 \cdot 3} = \frac{5}{19}$$

$$\frac{27}{32} : 45 = \frac{27}{32 \cdot 45} = \frac{3}{32 \cdot 5} = \frac{3}{160}.$$

Gemischte Zahlen werden am besten in unechte Brüche verwandelt:

$$8\frac{12}{25} : 16 = \frac{212}{25 \cdot 16} = \frac{53}{25 \cdot 4} = \frac{53}{100}.$$

§ 73. Multiplikation eines Bruches mit einem Bruch.

Die Multiplikation mit $\frac{3}{4}$ bedeutet, daß der vierte Teil des Multiplikanden dreimal zu nehmen ist. Daher:

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 4} = \frac{15}{28}.$$

D. h. Brüche werden multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$\frac{24}{35} \cdot \frac{25}{36} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{20}{21}. \quad \frac{25}{27} \cdot \frac{3}{5} = \frac{25 \cdot 3}{27 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 1}{9 \cdot 1} = \frac{5}{9}.$$

In diesem Gesetz ist die Multiplikation eines Bruches mit einer ganzen Zahl eingeschlossen:

$$\frac{4}{7} \cdot 9 = \frac{4}{7} \cdot \frac{9}{1} = \frac{4 \cdot 9}{7 \cdot 1} = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}.$$

$$15 \cdot \frac{2}{3} = \frac{15 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 1} = 10.$$

Gemischte Zahlen werden am besten in unechte Brüche verwandelt:

$$1\frac{10}{11} \cdot 1\frac{9}{35} = \frac{21 \cdot 44}{11 \cdot 35} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}.$$

§ 74. Division eines Bruches durch einen Bruch. Man kann auf zweifache Art verfahren:

a) Man macht den Divisor zu einer ganzen Zahl, indem man Dividend und Divisor mit dem Nenner des Divisors multipliziert; der Quotient wird dabei nicht geändert. Z. B.

$$\frac{4}{9} : \frac{11}{13} = \frac{4 \cdot 13}{9} : 11 = \frac{4 \cdot 13}{9 \cdot 11} = \frac{4}{9} \cdot \frac{13}{11} = \frac{52}{99}.$$

b) Man bringe Dividend und Divisor auf denselben Nenner. Der Quotient der Brüche ist alsdann gleich dem Quotienten der Zähler. Der gemeinschaftliche Nenner kann außer Rechnung gelassen werden.

$$\frac{17}{5} : \frac{4}{5} = 17 : 4 = 4\frac{1}{4},$$

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{12} : \frac{8}{12} = 9 : 8 = 1\frac{1}{8},$$

$$\frac{4}{9} : \frac{11}{13} = \frac{4 \cdot 13}{9 \cdot 13} : \frac{9 \cdot 11}{9 \cdot 13} = \frac{4 \cdot 13}{9 \cdot 11} = \frac{4}{9} \cdot \frac{13}{11} = \frac{52}{99}.$$

Beide Verfahrungsweisen liefern das Gesetz:

Durch einen Bruch wird dividiert, indem man den Dividenden mit dem umgekehrten Divisor multipliziert.

$$\frac{15}{77} : \frac{20}{121} = \frac{15 \cdot 121}{77 \cdot 20} = \frac{3 \cdot 11}{7 \cdot 4} = \frac{33}{28} = 1\frac{5}{28}.$$

$$\frac{56}{45} : \frac{7}{9} = \frac{56}{45} \cdot \frac{9}{7} = \frac{8 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}.$$

Eingeschlossen sind in diesem Gesetz die Division eines Bruches durch eine ganze Zahl (§ 72) und die Division einer ganzen Zahl durch einen Bruch. Z. B.

$$\frac{5}{8} : 3 = \frac{5}{8} : \frac{3}{1} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{24},$$

$$9 : \frac{3}{5} = \frac{9}{1} \cdot \frac{5}{3} = 3 \cdot 5 = 15.$$

Gemischte Zahlen werden am besten in unechte Brüche verwandelt. Ist die gemischte Zahl Divisor, so ist dies notwendig.

$$3\frac{1}{8} : \frac{15}{16} = \frac{25 \cdot 16}{8 \cdot 15} = \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}.$$

$$7 : 8\frac{2}{5} = 7 : \frac{42}{5} = \frac{7 \cdot 5}{1 \cdot 42} = \frac{5}{6}.$$

$$1\frac{11}{25} : 12\frac{3}{5} = \frac{36 \cdot 5}{25 \cdot 63} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot 7} = \frac{4}{35}.$$

§ 75. 1) $20 \cdot \frac{5}{4} = 25. \quad 30 \cdot \frac{7}{10} = 21.$

Die Multiplikation mit einem unechten Bruch vermehrt, die Multiplikation mit einem echten Bruch vermindert.

2) $24 : \frac{6}{5} = 24 \cdot \frac{5}{6} = 20. \quad 40 : \frac{8}{9} = 40 \cdot \frac{9}{8} = 45.$

Die Division durch einen unechten Bruch vermindert; die Division durch einen echten Bruch vermehrt.

§ 76. Vermischte Multiplikation und Division.

$$\frac{9}{16} \cdot \frac{12}{25} \cdot \frac{10}{27} = \frac{9 \cdot 12 \cdot 10}{16 \cdot 25 \cdot 27} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}.$$

$$12 \cdot \frac{44}{49} \cdot 1\frac{5}{16} : \frac{18}{35} : 11 = \frac{12 \cdot 44 \cdot 21 \cdot 35}{49 \cdot 16 \cdot 18 \cdot 11} = \frac{2 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 35}{7 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 11}$$

$$= \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}.$$

$$3 \cdot \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{11}\right) = 3 \cdot \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 11} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 7}{5 \cdot 11} = \frac{84}{55} = 1\frac{29}{55}.$$

$$3 : \left(\frac{4}{5} : \frac{7}{11}\right) = 3 : \frac{4 \cdot 11}{5 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{4 \cdot 11} = \frac{105}{44} = 2\frac{17}{44}.$$

Übung.

1) a. $\frac{2}{5} \cdot 3$ b. $\frac{11}{8} \cdot 7$ c. $9 \cdot \frac{4}{7}$ d. $13 \cdot \frac{5}{11}$ e. $\frac{8}{25} \cdot 16$
f. $3\frac{1}{2} \cdot 5$ g. $7\frac{4}{5} \cdot 14$ h. $20 \cdot 7\frac{1}{9}$ i. $100 \cdot 4\frac{10}{17}$
k. $2\frac{1}{37} \cdot 9$ l. $\frac{12}{16} \cdot 5$ m. $\frac{27}{45} \cdot 8$ n. $30 \cdot \frac{49}{56}$ o. $37 \cdot 17\frac{14}{21}$
p. $8\frac{13}{26} \cdot 11.$

2) a. $\frac{7}{12} \cdot 8$ b. $\frac{13}{15} \cdot 20$ c. $\frac{45}{28} \cdot 63$ d. $100 \cdot \frac{7}{25}$
e. $1000 \cdot \frac{13}{40}$ f. $\frac{3}{2} \cdot 10$ g. $16 \cdot \frac{9}{8}$ h. $60 \cdot \frac{17}{15}$
i. $48 \cdot \frac{5}{16}$ k. $77 \cdot \frac{9}{14}$ l. $3\frac{1}{2} \cdot 6$ m. $5\frac{3}{4} \cdot 12$
n. $25 \cdot 1\frac{7}{10}$ o. $40 \cdot 1\frac{5}{24}$ p. $300 \cdot 1\frac{1}{125}$ q. $18 \cdot 2\frac{1}{9}$
r. $25 \cdot 4\frac{2}{5}$ s. $3\frac{1}{11} \cdot 33$ t. $7\frac{19}{60} \cdot 75$ u. $100 \cdot 1\frac{17}{75}$
v. $15\frac{18}{24} \cdot 32$ w. $17 \cdot 1\frac{5}{17}$ x. $3 \cdot 5\frac{1}{3}$ y. $7 \cdot 4\frac{18}{63}$
z. $11 \cdot 1\frac{65}{110}.$

3) a. $\frac{3}{5} : 8$ b. $\frac{11}{27} : 3$ c. $\frac{7}{10} : 4$ d. $\frac{15}{11} : 8$ e. $\frac{27}{20} : 2$

f. $3\frac{1}{2} : 5$ g. $4\frac{2}{3} : 9$ h. $15\frac{7}{10} : 7$ i. $12\frac{3}{20} : 25$

k. $24\frac{7}{8} : 17$ l. $\frac{19}{53} : 19$ m. $\frac{17}{21} : 17$ n. $\frac{27}{32} : 9$

o. $\frac{35}{16} : 7$ p. $\frac{100}{3} : 20$ q. $\frac{24}{37} : 36$ r. $\frac{25}{32} : 15$ s. $\frac{44}{9} : 55$

t. $\frac{125}{8} : 175$ u. $\frac{144}{13} : 108$ v. $17\frac{1}{2} : 7$ w. $37\frac{1}{2} : 60$

x. $5\frac{10}{11} : 13$ y. $7\frac{1}{17} : 48$ z. $16\frac{2}{9} : 146.$

4) a. $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{13}$ b. $\frac{6}{11} \cdot \frac{9}{14}$ c. $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4}$ d. $\frac{17}{10} \cdot \frac{1}{2}$ e. $\frac{17}{29} \cdot \frac{23}{19}$

f. $\frac{8}{11} \cdot \frac{1}{3}$ g. $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ h. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ i. $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$ k. $\frac{27}{10} \cdot \frac{19}{100}$

l. $\frac{5}{9} \cdot 4\frac{2}{3}$ m. $7\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}$ n. $5\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{10}$ o. $\frac{23}{12} \cdot 4\frac{1}{6}$

p. $2\frac{4}{5} \cdot \frac{11}{3}$ q. $1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2}$ r. $5\frac{1}{4} \cdot 7\frac{1}{2}$ s. $8\frac{1}{9} \cdot 1\frac{2}{3}$

t. $5\frac{1}{7} \cdot 1\frac{2}{5}$ u. $6\frac{1}{13} \cdot 4\frac{2}{15}.$

5) a. $\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{7}$ b. $\frac{9}{40} \cdot \frac{11}{9}$ c. $\frac{7}{50} \cdot \frac{10}{9}$ d. $\frac{21}{5} \cdot \frac{17}{14}$ e. $\frac{16}{15} \cdot \frac{11}{24}$

f. $\frac{11}{18} \cdot \frac{9}{11}$ g. $\frac{13}{15} \cdot \frac{10}{13}$ h. $\frac{15}{28} \cdot \frac{21}{25}$ i. $\frac{24}{25} \cdot \frac{35}{72}$ k. $\frac{51}{38} \cdot \frac{114}{85}$

l. $\frac{63}{121} \cdot \frac{44}{81}$ m. $\frac{168}{275} \cdot \frac{475}{264}$ n. $\frac{115}{116} \cdot \frac{145}{161}$ o. $\frac{200}{135} \cdot \frac{189}{300}$

p. $\frac{143}{119} \cdot \frac{187}{91}$ q. $1\frac{10}{17} \cdot 1\frac{5}{12}$ r. $1\frac{42}{91} \cdot \frac{143}{209}$ s. $16\frac{4}{9} \cdot \frac{11}{185}$

t. $16\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2}$ u. $21\frac{9}{13} \cdot \frac{1}{3}$ v. $25\frac{15}{22} \cdot 2\frac{1}{5}$ w. $33\frac{1}{3} \cdot 8\frac{1}{10}$

x. $17\frac{1}{7} \cdot 12\frac{1}{4}$ y. $55\frac{5}{9} \cdot 3\frac{24}{25}$ z. $142\frac{6}{7} \cdot 1\frac{61}{100}.$

6) a. $2 : \frac{3}{4}$ b. $15 : \frac{7}{8}$ c. $19 : \frac{7}{6}$ d. $100 : \frac{13}{10}$

e. $54 : \frac{9}{11}$ f. $8 : 1\frac{1}{2}$ g. $16 : 5\frac{2}{3}$ h. $25 : 5\frac{1}{4}$

i. $39 : 7\frac{1}{7}$ k. $27 : 3\frac{2}{3}$ l. $16 : \frac{4}{9}$ m. $45 : \frac{5}{11}$

n. $25 : \frac{15}{13}$ o. $17 : \frac{51}{10}$ p. $64 : \frac{96}{5}$ q. $7 : 3\frac{1}{2}$

r. $29 : 9\frac{2}{3}$ s. $19 : 5\frac{7}{10}$ t. $74 : 5\frac{11}{20}$ u. $39 : 4\frac{1}{16}$

v. $119 : 5\frac{2}{3}$ w. $222 : 7\frac{2}{5}$ x. $1 : \frac{3}{4}$ y. $1 : 5\frac{1}{2}$

z. $1 : 9\frac{1}{10}$.

7) a. $\frac{3}{5} : \frac{4}{11}$ b. $\frac{6}{13} : \frac{5}{17}$ c. $\frac{8}{27} : \frac{25}{11}$ d. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$

e. $\frac{1}{5} : \frac{1}{8}$ f. $\frac{1}{7} : \frac{1}{4}$ g. $\frac{9}{8} : \frac{3}{8}$ h. $\frac{15}{31} : \frac{5}{31}$

i. $\frac{11}{17} : \frac{13}{17}$ k. $\frac{5}{12} : \frac{5}{36}$ l. $\frac{17}{63} : \frac{17}{21}$ m. $\frac{25}{28} : \frac{5}{7}$

n. $\frac{56}{81} : \frac{8}{9}$ o. $\frac{11}{15} : \frac{33}{195}$ p. $\frac{29}{37} : \frac{87}{185}$ q. $\frac{33}{25} : \frac{22}{75}$

r. $\frac{91}{100} : \frac{130}{107}$ s. $\frac{13}{175} : \frac{7}{225}$ t. $\frac{1}{19} : \frac{1}{57}$ u. $\frac{1}{69} : \frac{1}{23}$

v. $\frac{7}{108} : \frac{7}{18}$ w. $\frac{19}{23} : \frac{19}{253}$ x. $\frac{44}{369} : \frac{55}{451}$ y. $\frac{81}{875} : \frac{72}{91}$

z. $\frac{27}{1500} : \frac{180}{21}$.

8) a. $2\frac{1}{5} : \frac{11}{16}$ b. $5\frac{2}{3} : \frac{17}{20}$ c. $\frac{15}{28} : 4\frac{1}{11}$ d. $\frac{13}{20} : 1\frac{1}{60}$

e. $2\frac{7}{50} : \frac{8}{75}$ f. $5\frac{2}{5} : 3\frac{6}{7}$ g. $7\frac{1}{7} : 4\frac{6}{11}$ h. $9\frac{8}{9} : 3\frac{1}{13}$

i. $5\frac{10}{13} : 5\frac{5}{19}$ k. $7\frac{1}{17} : 11\frac{1}{13}$ l. $1\frac{3}{4} : \frac{7}{12}$ m. $7\frac{4}{9} : 2\frac{13}{27}$

n. $2\frac{17}{44} : 1\frac{4}{66}$ o. $2\frac{17}{24} : 2\frac{19}{36}$ p. $2\frac{4}{15} : 5\frac{5}{17}$ q. $8\frac{1}{2} : 2\frac{5}{6}$

r. $9\frac{2}{7} : 18\frac{4}{7}$ s. $1\frac{4}{15} : 3\frac{1}{6}$ t. $7\frac{9}{13} : 22\frac{2}{9}$ u. $25\frac{25}{39} : 4\frac{36}{91}$.

9) a. $\frac{\frac{5}{6}}{11}$ b. $\frac{\frac{2}{3}}{4}$ c. $\frac{\frac{11}{15}}{33}$ d. $\frac{\frac{24}{25}}{40}$ e. $\frac{3\frac{1}{13}}{8}$

f. $\frac{1}{\frac{3}{5}}$ g. $\frac{7}{\frac{2}{3}}$ h. $\frac{5}{2\frac{1}{7}}$ i. $\frac{9}{1\frac{2}{7}}$ k. $\frac{45}{5\frac{5}{11}}$

l. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{5}}$ m. $\frac{\frac{15}{44}}{\frac{20}{77}}$ n. $\frac{1\frac{5}{21}}{\frac{13}{21}}$ o. $\frac{7\frac{1}{3}}{1\frac{5}{9}}$ p. $\frac{7\frac{1}{7}}{2\frac{19}{28}}$.

10) a. $\frac{19}{9} \cdot \frac{27}{56} \cdot \frac{49}{38}$ b. $\frac{34}{33} \cdot \frac{14}{27} \cdot \frac{55}{28} \cdot \frac{9}{51}$.

c. $\frac{46}{77} \cdot \frac{14}{15} : \frac{23}{25}$ d. $\frac{36}{40} \cdot \frac{8}{17} : \frac{72}{34} : \frac{21}{25} \cdot \frac{15}{28}$.

e. $\frac{\frac{9}{11} \cdot \frac{16}{21}}{\frac{27}{40}}$. f. $\frac{\frac{24}{35} \cdot \frac{40}{27}}{\frac{20}{63} \cdot \frac{36}{28}}$.

g. $1\frac{8}{27} \cdot 3\frac{1}{11} \cdot \frac{55}{56} \cdot 1\frac{30}{51}$.

h. $1\frac{59}{144} \cdot 1\frac{73}{95} \cdot \frac{51}{56} \cdot 1\frac{94}{96} \cdot 4\frac{2}{11}$ i. $3\frac{4}{15} \cdot 2\frac{29}{48} \cdot 4\frac{19}{32}$.

k. $\frac{1\frac{17}{27} \cdot 1\frac{5}{33}}{1\frac{1}{19} \cdot \frac{82}{123}}$ l. $7\frac{1}{2} \cdot \left(2\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4}\right) : \left(5\frac{4}{9} : \frac{7}{18}\right)$.

m. $3\frac{9}{22} : \left[2\frac{2}{49} : \left(3\frac{2}{3} : \left(5\frac{5}{9} \cdot 5\frac{22}{25}\right)\right)\right]$.

n. $\frac{\frac{6}{35} \cdot \frac{7}{27}}{1\frac{1}{25} \cdot 2\frac{1}{28}} \cdot \frac{1\frac{5}{14} \cdot \frac{13}{15}}{1\frac{5}{9} \cdot 1\frac{4}{5}}$. o. $\frac{\frac{24}{55} : \frac{9}{57}}{12\frac{7}{9} : \frac{22}{36}} : \frac{1\frac{5}{33} \cdot \frac{27}{46}}{\frac{15}{88} \cdot \frac{8}{21}}$.

11) a. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{6}$. b. $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{7}$.

c. $2\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{11} - 1\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ d. $7\frac{1}{8} \cdot 3\frac{1}{5} - 2\frac{7}{9} \cdot 1\frac{4}{5}$.

e. $9\frac{2}{11} \cdot 22 - 5 \cdot 4\frac{3}{25} - \frac{1}{16} \cdot 72$. f. $5 - 3 : 1\frac{2}{3}$.

g. $19 + 3\frac{1}{4} : 26.$ h. $9\frac{1}{2} : 2\frac{5}{7} - 2\frac{3}{8} : \frac{4}{11} + 15\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{4}.$

i. $22 : \frac{7}{55} + 9 : 2\frac{1}{3} - 10\frac{2}{3} : 2\frac{1}{3}.$

k. $1\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{6} - 8\frac{1}{5} : 7\frac{1}{5} - 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2} + 2\frac{5}{6} : 2 + 14\frac{1}{4} : 19.$[46)]

12) a. $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{23}.$ b. $\left(3\frac{4}{7} - 1\frac{3}{5}\right) \cdot 1\frac{1}{4}.$

c. $9 : \left(1\frac{2}{5} - \frac{4}{5}\right).$ d. $\left(2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4}\right) : 1\frac{1}{11}.$

e. $\left(\frac{4}{7} + \frac{7}{5}\right) \cdot \left(1\frac{1}{3} - \frac{5}{9}\right).$ f. $\left(1\frac{1}{5} - \frac{18}{25}\right) \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{35}\right).$

g. $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5} - \frac{11}{75}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} + \frac{3}{50}\right).$

h. $\left(1\frac{1}{5} - \frac{8}{25}\right) : \left(2 + \frac{1}{16}\right) \cdot \left(9\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right).$[47)]

i. $\left(1\frac{4}{5} - 1\frac{2}{5}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{15}\right) + \left(1\frac{2}{3} + \frac{22}{33}\right)$
$: \left(4\frac{9}{13} + 2\frac{4}{13}\right).$[48)]

k. $\left(5\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}\right) : \left(10\frac{1}{3} + 3\frac{5}{9}\right) - \left(\frac{4}{7} + \frac{3}{5}\right)$
$: \left(1\frac{4}{5} + \frac{19}{35}\right) + \left(9\frac{2}{3} - 2\frac{2}{3}\right) : \left(6\frac{3}{8} + 3\frac{5}{8}\right)$
$- \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(2 - 1\frac{8}{11}\right).$[49)]

l. $\frac{\frac{1}{2} + \frac{4}{7}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{7}}.$ m. $\frac{1\frac{1}{4} + \frac{5}{8} - \frac{3}{16}}{4\frac{1}{2} + 1\frac{1}{8}}.$ n. $\frac{1\frac{11}{29} - \frac{6}{29}}{\frac{10}{11} - \frac{17}{33}} \cdot \frac{2 - \frac{8}{17}}{\frac{1}{2} - \frac{9}{29}}$[50)]

o. $\frac{1 - \frac{1}{25}}{1 - \frac{6}{13}} : \frac{\frac{5}{7} + \frac{1}{49}}{\frac{3}{4} + \frac{9}{13}}.$[51)] p. $\frac{4 - \frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{6}} + \frac{6\frac{3}{7} + 4\frac{4}{7}}{1 + 1\frac{1}{2}}.$[52)]

q. $\frac{13}{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}} - \frac{2 - \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}}.$

13) a. $$\left(2\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{2} + 10\frac{3}{4} : 5\frac{3}{8} - 19 : 6\frac{1}{3}\right) \cdot \left(35\frac{1}{3} : 17\frac{2}{3} - \frac{7}{8} : 1\frac{3}{4}\right).$$ [53]

b. $$\left(8 + 1\frac{4}{5}\cdot 2\frac{1}{2} - 1 : 1\frac{1}{3}\right) : \left(\frac{7}{9} : \frac{2}{9} + 1\frac{3}{4}\right).$$

c. $$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{4} - \frac{2}{7} : \frac{5}{7} - \frac{7}{10}\right) : 1\frac{1}{5}.$$

d. $$\frac{\frac{5}{4}\cdot\frac{5}{4} + 1\frac{2}{3} : 5\frac{1}{3} - \frac{3}{16}\cdot 1\frac{3}{4}}{2\frac{1}{2} + 5\frac{7}{12} : 2\frac{2}{3}}.$$

e. $$\left(2\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{3} + 4\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{2}{3} + \left(9\frac{2}{3} : 1\frac{2}{3} + \frac{4}{5} : \frac{1}{2}\right) : 2.$$

f. $$\left(\left(5\frac{2}{3}\cdot 1\frac{1}{17} + 2\frac{1}{3} : \frac{2}{5}\right) : 10\frac{1}{7} - \frac{3}{6}\right)\cdot 1\frac{1}{2}.$$ [54]

g. $$\frac{2\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5} - \frac{1}{5}}{1 + 7\frac{2}{3} : 38\frac{1}{3}} + \frac{1\frac{4}{7} : 2\frac{1}{7} + \frac{6}{19}\cdot 1\frac{4}{15}}{7\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{2}} - \frac{\frac{5}{9}\cdot 1\frac{7}{11} - 1\frac{2}{5} : 2\frac{1}{5}}{1 - \frac{5}{11}}.$$ [55]

h. $$\left[\left(\left(3 - 1\frac{3}{11}\right)\cdot 1\frac{3}{19} - \frac{5}{7}\right) : \frac{9}{35} - 3\frac{2}{13}\right]\cdot\frac{13}{24}.$$ [56]

i. $$\frac{10\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2} + 1 : 2\frac{1}{2}}{2 - \frac{6}{11}\cdot 1\frac{1}{10}} - \frac{1 : 8\frac{2}{5}}{2\frac{1}{3} : 7 + 9\frac{3}{4} : 19\frac{1}{2} - \frac{5}{12}} + 3\frac{3}{4} - \frac{7 - 4\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}}{13 - \frac{2}{7}\cdot 1\frac{2}{5}}.$$ [57]

k. $\left[\left(\left(7\frac{1}{4}-3\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{17}\right):9\frac{2}{5}+2\frac{1}{2}:10\right):1\frac{1}{7}-1\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{24}\right]:\frac{1}{10}$

$-\left(\left(3\frac{3}{5}+6\frac{1}{2}:7\frac{1}{4}\right):5\frac{18}{29}+\frac{2}{7}:\frac{6}{7}\right)\cdot 3\frac{9}{17}-1.$ [58]

l. $\left[\frac{\frac{4}{9}\cdot 1\frac{7}{11}-\frac{15}{33}}{1:\left(2-3\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{30}\right)}+\frac{\left(1\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{2}{3}}{4-\frac{1}{9}}\right]$

$:\left(2+\frac{21\frac{2}{3}}{4-5\frac{1}{2}:3}\right)$ [59].

14) Was sind zwei Drittel, drei Viertel von 21 [60, $9\frac{3}{5}$, $\frac{3}{8}$]?

15) Was ist das $5\frac{1}{2}$ [$3\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$] fache von 14 [$9\frac{3}{10}$, $3\frac{4}{7}$]?

16) Was ist **a.** die Hälfte von $1\frac{1}{2}$, **b.** der zehnte Teil von $4\frac{3}{5}$, **c.** der siebente Teil von $\frac{21}{25}$, **d.** der $2\frac{2}{3}$te Teil von $6\frac{3}{7}$?

17) Wie vielmal ist die Zahl 17, [36, $9\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$] größer als die Zahl 14 [54, $10\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$]?

18) Wie oft ist die Zahl 32 [24, $7\frac{3}{4}$] in der Zahl 72 [21, $6\frac{1}{5}$] enthalten?

19) Bilde **a.** das $15\frac{1}{2}$ [$6\frac{1}{3}$] fache Produkt aus $1\frac{3}{5}$ [$1\frac{5}{7}$] und $\frac{5}{31}$ [$\frac{14}{19}$].

b. den $\frac{7}{9}$ [$\frac{8}{11}$] fachen Quotienten aus*) $1\frac{2}{25}$ [$2\frac{1}{5}$] und $2\frac{19}{15}$ [$\frac{16}{25}$]?

20) Bilde **a.** den 10 [72]ten Teil des Produktes aus $9\frac{1}{11}$ [$5\frac{3}{5}$] und $14\frac{2}{3}$ [$1\frac{8}{13}$].

b. den 19 [$9\frac{1}{7}$]ten Teil des Quotienten aus*) $5\frac{7}{10}$ [$2\frac{6}{7}$] und $1\frac{3}{8}$ [$7\frac{1}{5}$].

21) Wie oft ist das Produkt aus $\frac{35}{36}$ [$\frac{51}{70}$] und $\frac{21}{26}$ [$\frac{10}{11}$] in dem Produkt aus $1\frac{2}{13}$ [$\frac{34}{63}$] und $12\frac{1}{4}$ [15] enthalten?

22) Bilde das Produkt der Quotienten aus*) $\frac{18}{25}$ [$1\frac{3}{8}$] und $\frac{3}{20}$ [9] einerseits, $\frac{4}{27}$ [$\frac{51}{55}$] und $2\frac{2}{3}$ [17] andererseits.

23) Wie oft ist der Quotient aus*) $76\frac{1}{2}$ [$\frac{18}{25}$] und 185 [$\frac{13}{75}$] in dem Quotienten aus*) $14\frac{1}{7}$ [$\frac{24}{55}$] und 148 [$\frac{13}{33}$] enthalten?

24) Was ergibt **a.** die Summe der Produkte aus $6\frac{1}{3}$ und $1\frac{8}{19}$ einerseits, $1\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{5}$ andererseits?

b. der Unterschied der Quotienten aus*) $\frac{7}{9}$ und $4\frac{2}{3}$ einerseits, $\frac{11}{39}$ und $1\frac{8}{13}$ andererseits?

25) Was ergibt **a.** das Produkt der Unterschiede zwischen $14\frac{2}{3}$ und $19\frac{1}{2}$, $15\frac{2}{5}$ und $14\frac{7}{8}$?

---

*) Der Dividend ist voraus genannt.

b. der Quotient der Summen aus $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{6}$?

26) Was erhält man, wenn man die Summe der Produkte aus $3\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{5}$, $1\frac{2}{3}$ und $\frac{6}{7}$ [$\frac{18}{23}$ und $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{115}$ und $6\frac{2}{3}$ 60)] mit einer Zahl multipliziert, welche von der Einheit um $\frac{5}{12}$ [$\frac{4}{19}$ übertroffen wird?

Anmerkung. Wenn das Produkt zweier Zahlen der Einheit gleich ist, so heißt die eine der reciproke Wert der andern.
Z. B. $5 \cdot \frac{1}{5} = 1.$
Also $\frac{1}{5}$ der reciproke Wert von 5,
5 " " " " $\frac{1}{5}$.

27) Was ist der reciproke Wert von a. 2, b. 42, c. $7\frac{1}{2}$, d. $1\frac{2}{3}$, e. $\frac{9}{11}$, f. $\frac{1}{10}$?

28) Der reciproke Wert einer Zahl ist: a. $\frac{1}{9}$, b. $\frac{1}{13}$, c. $\frac{15}{47}$ d. $3\frac{1}{2}$, e. 17. f. 8. Welches ist die Zahl?

29) Bilde die Summe und den Unterschied der reciproken Werte von

a. 3 und 5.	b. 7 und 10.	c. 25 und 20.
d. $\frac{2}{3}$ " $\frac{4}{5}$.	e. $\frac{14}{17}$ " $\frac{21}{16}$.	f. $5\frac{1}{2}$ " $1\frac{4}{7}$.
g. $3\frac{1}{8}$ " $2\frac{8}{11}$.	h. $1\frac{7}{10}$ " $\frac{19}{20}$.	i. $102\frac{1}{2}$ " $54\frac{2}{3}$.

---

30) Verwandle in Einheiten niedriger Ordnung:

a. $\frac{3}{8}h$	b. $\frac{5}{16}d$	c. $1\frac{5}{8}h$	d. $9\frac{4}{25}d$	e. $5\frac{7}{9}h$
f. $7\frac{3}{16}$ *km*	g. $\frac{19}{64}$ *qm*	h. $2\frac{7}{32}$ *hl*	i. $5\frac{3}{400}$ *t*	k. $9\frac{1}{625}$ *kg*
l. $\frac{4}{7}$ *h*	m. $1\frac{5}{11}d$	n. $\frac{1}{3}$ ℳ	o. $\frac{2}{3}$ *fl*	p. $\frac{8}{11}$ *m*
q. $1\frac{4}{9}$ *km*	r. $\frac{3}{14}$ *ha*	s. $21\frac{5}{6}$ *fr*	t. $2\frac{17}{30}$ *hl*	u. $\frac{11}{36}$ *t*.

31) Verwandle:

in Stunden:	a. 37′ 30″	b. 8′ 15″	c. 6′ 40″
in Tage:	d. 2^h 24′	e. 14^h 24′	f. 3^h 11′ 20″
in Meter:	g. $16\frac{2}{3}$ *cm*	h. $62\frac{1}{2}$ *mm*	i. $555\frac{5}{9}$ *mm*
in Quadratmeter:	k. $6666\frac{2}{3}$ *qcm*		l. $6363\frac{7}{11}$ *qcm*
in Tonnen:	m. $87\frac{1}{2}$ *kg*		n. $416\frac{2}{3}$ *kg*
in Mark:	o. $46\frac{2}{3}$ ₰		p. 2 ℳ $77\frac{7}{9}$ ₰

32) Eine Summe von 154 ℳ [$256\frac{3}{5}$ ℳ] soll unter drei Personen so verteilt werden, daß die erste zwei Fünftel, die zweite drei Zehntel und die dritte den Rest bekomme. Wieviel erhält jede?

33) Bei einem Kaufe soll ein Drittel des Kaufschillings von $21550\frac{1}{2}$ ℳ [1000 ℳ] sofort, ein Viertel nach drei Monaten und der Rest nach einem Jahr erlegt werden. Wie viel betragen die einzelnen Zahlungen?

34) Ein Reisender hat einen Weg von 360 *km* [600 *km*] zurückzulegen. Von dieser Strecke macht er $\frac{2}{3}$ [$\frac{7}{10}$] auf der Eisenbahn, $\frac{5}{24}$ [$\frac{1}{6}$] zu Wagen, $\frac{7}{60}$ [$\frac{5}{48}$] zu Pferde und den Rest zu Fuß. Welche Strecken legte er auf der Eisenbahn u. s. w. zurück?

35) Ein Gut von 27 *ha* [120 *ha*] besteht zu $\frac{5}{8}$ [$\frac{3}{8}$] aus Waldungen, $\frac{1}{4}$ [$\frac{7}{16}$] aus Wiesen, $\frac{3}{25}$ [$\frac{7}{48}$] aus Feldern; der Rest ist unbebaut. Wieviel trifft auf die Waldungen 2c.?

36) Was wiegen $17\frac{1}{2}$ *l* [$3\frac{1}{4}$ *hl*] einer Flüssigkeit, welche $1\frac{1}{7}$ [$\frac{4}{5}$] mal so schwer ist als das Wasser?

37) Ein Kaufmann hat eine Ware um $136\frac{1}{5}$ ℳ [$147\frac{1}{2}$ ℳ] gekauft, und um $190\frac{1}{2}$ ℳ [$171\frac{1}{10}$ ℳ] verkauft. Das Wievielfache des Einkaufspreises hat er daran gewonnen?

38) Ein Feld von $1\frac{1}{5}$ *ha* abzumähen übernehmen fünf Schnitter. Der erste übernimmt 24 *a*, der zweite $\frac{7}{8}$ des Anteils des ersten, der dritte soviel als der erste und zweite zusammen, der vierte und fünfte teilen sich gleichheitlich in den Rest. Welcher Bruchteil des Ganzen trifft auf jeden?

39) Eine Summe von $7\frac{1}{2}$ ℳ [$76\frac{3}{5}$ *fl*] soll unter zwei Personen so verteilt werden, daß die eine $1\frac{3}{4}$ ℳ [$13\frac{1}{4}$ *fl*] weniger bekommt als die andere.

40) Eine Summe von $615\frac{3}{5}$ ℳ [160 ℳ] soll unter drei Personen so verteilt werden, daß die erste und zweite zusammen $15\frac{3}{5}$ ℳ [$4\frac{2}{5}$ ℳ] mehr bekommen, als die dritte, und daß ferner die erste nur halb soviel bekomme als die zweite.

41) Drei Pakete wiegen zusammen 17 *kg* [$23\frac{3}{8}$ *kg*]; jedes folgende wiegt um $\frac{4}{5}$ *hg* [$\frac{5}{8}$ *kg*] mehr als das vorhergehende. Was wiegt jedes Paket?

42) Fünf [sieben] Gefäße halten zusammen 83 *l* [$4\frac{9}{10}$ *hl*]; jedes folgende hält um $2\frac{3}{4}$ *l* [$5\frac{1}{2}$ *l*] mehr als das vorhergehende. Wieviel hält jedes Gefäß?

43) Eine Reihe von Zahlen beginnt mit $8\frac{1}{2}$ [$15\frac{3}{8}$ $21\frac{4}{11}$] und steigt jedesmal um $2\frac{3}{4}$ [$1\frac{5}{16}$ $3\frac{4}{11}$].

a. welches ist die 9te [17te, 23te] Zahl?
b. „ „ „ 14te [20te, 16te] „ ?
c. welches ist die Summe dieser 9 [17, 23] Zahlen?
d. „ „ „ „ „ 14 [20, 16] „ ?

44) Zwischen 30 und 50 [17 und $8\frac{3}{7}$, $4\frac{1}{3}$ und $23\frac{2}{3}$] sollen 24 [23, 28] Zahlen in gleichen Zwischenräumen eingeschaltet werden. Welches sind diese Zahlen?

45) Ein Stab von $82\frac{1}{3}$ *cm* [$3\frac{3}{4}$ *m*] Länge läßt sich auf Strecke $4\frac{2}{7}$ [$\frac{5}{6}$] mal auftragen. Wie lang ist die Strecke?

46) Ein Eimer von $62\frac{1}{2}$ *l* [$32\frac{4}{5}$ *l*] läßt sich aus einem Behälter $78\frac{1}{5}$ [$11\frac{1}{4}$] mal füllen; wie groß ist der Behälter?

47) Ein Stück Preßkohle wiegt $\frac{2}{5}$ *kg* [$\frac{9}{20}$ *kg*]; wieviel Stück gehen auf 2 *t* [$4\frac{1}{5}$ *t*] Kohle?

48) Ein Liter Wein kostet ($\frac{9}{25}$) ℳ [$1\frac{1}{20}$ ℳ]; wie viel Liter Wein erhält man um 27 ℳ [$16\frac{1}{2}$ ℳ]?

Anmerkung. Unter dem Mittel oder Durchschnitt zweier oder mehrerer Zahlen versteht man die Summe derselben dividiert durch die Anzahl. Z. B.

Mittel zwischen 11 und 16 : $(11 + 16) : 2 = 13\frac{1}{2}$.

„ „ 10, 14 u. $17\frac{1}{2}$: $(10 + 14 + 17\frac{1}{2}) : 3 = 13\frac{5}{6}$.

49) Bestimme das Mittel folgender Zahlen:

a. 17 und 25. b. 35 und 24. c. 257 und 376.
d. 31, 19, 37. e. 154, 167, 173. f. 215, 409, 516, 601.

g. $7\frac{1}{2}$ und $10\frac{1}{2}$. h. $8\frac{3}{4}$ und $5\frac{1}{4}$. i. $17\frac{4}{5}$ und $26\frac{3}{5}$.

k. $9\frac{2}{3}$ und $4\frac{5}{6}$. l. $7\frac{1}{5}$, $9\frac{2}{3}$, 12. m. $8\frac{1}{4}$, $9\frac{4}{5}$, $13\frac{1}{10}$.

n. $27\frac{4}{9}$, $8\frac{7}{12}$, $9\frac{5}{6}$, $23\frac{11}{18}$. o. $22\frac{5}{6}$, $21\frac{9}{10}$, $20\frac{7}{12}$, $19\frac{8}{15}$, $18\frac{13}{20}$.

50) Fünf Schüler haben folgendes Alter: $12\frac{3}{4}$ [16], $13\frac{1}{6}$ [$17\frac{1}{2}$], $13\frac{7}{12}$ [$18\frac{3}{4}$], $14\frac{1}{3}$ [$19\frac{1}{6}$], $15\frac{1}{12}$ [20] Jahre. Welches ist ihr mittleres Alter?

51) Eine Schule hat in zehn aufeinanderfolgenden Jahren folgende Frequenz: 357, 411, 389, 310, 435, 367, 436, 399, 305, 430 Schüler. Welches ist die Durchschnittsfrequenz?

52) Sechs Bauern haben folgenden Besitz: $67\frac{1}{10}$ *ha* [$21\frac{4}{5}$ *ha*], $25\frac{3}{4}$ *ha* [$16\frac{1}{3}$ *ha*], $74\frac{1}{2}$ *ha* [$7\frac{5}{6}$ *ha*], $23\frac{19}{100}$ [$4\frac{13}{20}$ *ha*], 11 *ha* [$2\frac{8}{15}$ *ha*], $52\frac{17}{25}$ *ha* [100 *ha*]; welches ist der durchschnittliche Besitz eines Bauern?

53) Sieben Getreidefuhren haben ein Gewicht von: $1\frac{1}{5}$ *t* [2 *t*], $\frac{9}{10}$ *t* [$2\frac{1}{4}$ *t*], $2\frac{1}{40}$ *t* [$1\frac{3}{4}$ *t*], $1\frac{1}{2}$ *t* [$2\frac{5}{6}$ *t*], $1\frac{3}{20}$ *t* [$1\frac{1}{6}$ *t*], 2 *t* [$2\frac{4}{5}$ *t*], $2\frac{3}{100}$ *t* [$1\frac{1}{5}$ *t*]; welches ist die durchschnittliche Belastung einer Fuhr?

---

54) Bringe folgende Brüche auf die beigesetzten Nenner bez. Zähler:

a. $\frac{6}{25}$ auf den Nenner 15. b. $\frac{47}{24}$ auf den Nenner 36.
c. $\frac{11}{45}$ " " " 60. d. $\frac{169}{80}$ " " " 100.
e. $\frac{23}{81}$ " " " 54. f. $\frac{67}{140}$ " " " 100.
g. $\frac{29}{49}$ " " " 35. h. $\frac{2}{3}$ " " " 10.
i. $\frac{11}{6}$ " " " 25. k. $\frac{5}{13}$ " " " 60.
l. $\frac{15}{19}$ " " Zähler 20. m. $\frac{24}{23}$ " " Zähler 18.

n. $\frac{45}{52}$ auf den Zähler 100. o. $\frac{75}{11}$ auf den Zähler 1000.

p. $\frac{3}{10}$ „ „ „ 1. q. $\frac{7}{12}$ „ „ „ 1.

---

55) Eine Tischplatte ist $2\frac{1}{4}$ *m* [$\frac{4}{5}$ *m*] lang und $1\frac{1}{3}$ *m* [$\frac{3}{4}$ *m*] breit. Wie groß ist ihr Flächeninhalt?

56) Welches ist Oberfläche und Inhalt eines Würfels von $\frac{2}{3}$ *m* [$1\frac{1}{2}$ *m*] Kante?

57) Ein Garten hat eine Länge von $62\frac{1}{2}$ *m*[61]) [$35\frac{1}{7}$ *m*[62])] und eine Breite von $36\frac{4}{5}$. *m* [$116\frac{2}{3}$ *m*]; wieviel Beete zu $11\frac{1}{2}$ *qm* [$22\frac{7}{9}$ *qm*] ergibt derselbe?

58) Ein Eisenbalken [Holzbalken] ist $1\frac{1}{4}$ *m* [$2\frac{4}{5}$ *m*] lang $\frac{1}{5}$ *m* [$\frac{3}{4}$ *m*] breit und $\frac{3}{20}$ *m* [$\frac{1}{3}$ *m*] dick. Was wiegt derselbe, wenn Eisen [Holz] $7\frac{4}{5}$ [$\frac{2}{3}$] mal so schwer ist als Wasser?

---

59) Berechne: **a.** $a \cdot b \cdot c \cdot d.$

$$a = \frac{3}{4} \quad b = \frac{5}{6} \quad c = \frac{7}{10} \quad d = \frac{13}{14}.$$

$$a = 1\frac{1}{4} \quad b = 2\frac{1}{3} \quad c = 1\frac{5}{7} \quad d = 2\frac{1}{10}.$$

b. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$

$$a = \frac{6}{11} \quad b = \frac{9}{11} \quad c = \frac{12}{25} \quad d = \frac{16}{35}$$

$$a = 3\frac{1}{4} \quad b = 3\frac{1}{2} \quad c = 8 \quad d = 3\frac{5}{7}.$$

c. $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$

$$a = \frac{3}{5} \quad b = \frac{9}{10} \quad c = 2\frac{1}{12} \quad d = 18\frac{3}{4}.$$

$$a = 2 \quad b = \frac{3}{4} \quad c = 5 \quad d = 1\frac{1}{4}.$$

d. $a \cdot b + c \cdot d$

$$a = \frac{5}{4} \quad b = \frac{2}{5} \quad c = \frac{7}{10} \quad d = \frac{5}{7}.$$

$$a = 1\frac{1}{2} \quad b = 1\frac{1}{4} \quad c = 2\frac{1}{2} \quad d = 3\frac{1}{4}.$$

e. $a \cdot b - c \cdot d$

$$a = \frac{4}{3} \quad b = \frac{3}{20} \quad c = \frac{5}{9} \quad d = \frac{9}{50}.$$

$$a = 5\frac{1}{2} \quad b = 1\frac{2}{3} \quad c = 2\frac{3}{4} \quad d = 1\frac{1}{5}.$$

f. $(a + b) \cdot (c - d)$

$$a = \frac{1}{2} \quad b = \frac{1}{3} \quad c = 2\frac{4}{5} \quad d = \frac{2}{5}.$$

$$a = 3\frac{1}{4} \quad b = 5\frac{3}{4} \quad c = 5\frac{1}{6} \quad d = 2\frac{7}{9}.$$

---

60) Das Doppelte [Dreifache, Fünffache] einer Zahl ist 17 [19, $8\frac{1}{3}$]; welches ist die Zahl?

61) Die Hälfte [das Viertel, Zehntel] einer Zahl ist 9 [$3\frac{1}{4}$, $5\frac{2}{5}$]; welches ist die Zahl?

62) 2 Drittel [4 Fünftel, 11 Zehntel] einer Zahl sind 18 [$4\frac{2}{5}$, $3\frac{3}{10}$]; welches ist die Zahl?

63) Das Zweifache [17 fache] und Dreifache [13 fache] einer Zahl geben zusammen 100 [96]; wie heißt die Zahl?

64) Das Siebenfache [19 fache] einer Zahl übertrifft das 5 fache [11 fache] derselben um 18 [$13\frac{1}{3}$]; wie heißt die Zahl?

65) 2 Drittel [3 Viertel] einer Zahl nebst der Hälfte [4 Fünftel] derselben geben zusammen 28 [93]; wie heißt die Zahl?

66) 7 Zehntel [3 Viertel] einer Zahl übertreffen 3 Fünftel [2 Drittel] derselben um 10 [$2\frac{1}{12}$]; wie heißt die Zahl?

67) Zwei Fußgänger gehen einander entgegen auf einer 3410 *m* [1849 *m*] langen Strecke; A macht in der Minute 120 *m* [$96\frac{1}{2}$ *m*], B in der Minute 100 *m* [$88\frac{2}{5}$ *m*]; wann und wo begegnen sie sich?

68) Ein Reiter verfolgt einen Wagen, der 565 *m* [864 *m*] Vorsprung hat; der Reiter macht in der Minute 300 *m* [320 *m*], der Wagen in der Minute 250 *m* [240 *m*]; wann und wo holt der Reiter den Wagen ein?

69) Die Hälfte, das Viertel, Achtel, Sechzehntel einer Zahl geben zusammen um 7 [$3\frac{1}{3}$] weniger als die Zahl; wie heißt die Zahl?

70) Die Hälfte, das Drittel, Viertel und Fünftel einer Zahl übertreffen zusammen die Zahl um 85 [$5\frac{1}{10}$]; wie heißt die Zahl?

71) Eine Summe Geldes wurde unter drei Personen so verteilt, daß A 5 Zwölftel [3 Achtel] B 3 Zehntel [9 Zwanzigstel] der ganzen Summe erhielt; für C blieben noch 34 ℳ [35 ℳ] übrig; wie groß war die verteilte Summe?

72) Ein Landgut besteht zu 2 Dritteln [5 Achteln] aus Wald, 2 Neunteln [1 Fünftel] aus Wiesen, 1 Zwölftel [17 Hunderteln] aus Aeckern; 10 *ha* [5 *ha*] sind Oedung; wie groß ist das Landgut?

73) In einer Stadt sind 7 Zehntel der Einwohner Katholiken, 1 Fünftel Protestanten, der 15te Teil sind Griechen und der 75te Teil Juden; 6000 Einwohner sind verschiedener Konfession. Wieviel Einwohner hat die Stadt?

IV. Kapitel.

Decimalbrüche.

XX. Decimalbrüche im allgemeinen.

§ 77. Wird eine Einheit in zehn, hundert, tausend .... gleiche Teile geteilt, so heißen ein oder mehrere solcher Teile ein Decimalbruch.

Die so erhaltenen gebrochenen Einheiten sind die Zehntel, Hundertel, Tausendtel u. s. f. Dieselben bilden eine Fortsetzung des Zahlensystems unter die Einheit.

§ 78. Die Zehntel bezeichnet man durch eine Ziffer rechts von den Einern und trennt sie von den Einern durch ein Komma z. B.

1 Ganzes 3 Zehntel: 1,3,
7 Zehntel: 0,7.

Rechts neben die Zehntel setzt man die Hundertel, dann die Tausendtel u. s. f.; z. B.

24 Ganze 3 Zehntel 6 Hundertel: 24,36,
auch 24 Ganze 36 Hundertel
oder 2436 Hundertel.
8 Hundertel: 0,08.
2 Zehntel 5 Tausendel: 0,205,
auch 205 Tausendtel.

Die Stellen rechts vom Komma heißen Decimalstellen oder Decimalen.

Decimalbrüche mit Ganzen heißen unecht, ohne Ganze echt. Echte Decimalbrüche beginnen mit 0,....

Ganze Zahlen kann man als Decimalbrüche schreiben, wenn man sich das Komma rechts von den Einern denkt, z. B.

$$18 = 18{,}0.$$

§ 79. 1) $12{,}7 = 12{,}70 = 12{,}700 = 012{,}700;$

d. h. **ein Decimalbruch bleibt unverändert, wenn man rechts oder links beliebig viele Nullen anhängt oder wegläßt.**

Beobachte: $57 = 57{,}0 = 057{,}0.$

2) $48{,}67 \cdot 10 = 486{,}7,$
$48{,}67 \cdot 100 = 4867,$
$48{,}67 \cdot 1000 = 48670;$

d. h. **ein Decimalbruch wird mit zehn, hundert, tausend ꝛc. multipliziert, indem man das Komma soviele Stellen nach rechts rückt, als der Multiplikator Nullen hat.**

3) $95{,}6 : 10 = 9{,}56,$
$95{,}6 : 100 = 0{,}956,$
$95{,}6 : 1000 = 0{,}0956.$

d. h. **ein Decimalbruch wird durch zehn, hundert, tausend ꝛc. dividiert, indem man das Komma soviele Stellen nach links rückt, als der Divisor Nullen hat.**

§ 80. Mehrfach benannte Zahlen mit decimaler Teilung und Vervielfältigung — es sind dies alle Maße mit Ausnahme des Zeitmaßes — sind stets mit nur einer Benennung anzuschreiben. Z. B.

5 *m* 76 *cm* = 5,76 *m*, 3 *qm* 0084 *qcm* = 3,0084 *qm*,
2 *l* 050 *ccm* = 2,05 *l*, 4 *t* 800 *kg* = 4,8 *t*,
1 *M* 70 *₰* = 1,70 *M*. 14 *fl* 03 *kr* = 14,03 *fl*.

Die Zeichen für Pfennig (*₰*), Kreuzer (*kr*), Centimes (*ct*) sind, wo möglich ganz zu vermeiden:

25 *₰* = 0,25 *M*. 60 *kr* = 0,60 *fl*. 5 *ct* = 0,05 *fr*.

§ 81. Die unter die Einer fortgesetzten Einheiten des Zahlensystems werden immer kleiner und kleiner. Für die meisten Fälle praktischer Anwendung ist die Kenntnis so kleiner Einheiten bedeutungslos, weßhalb man die Decimalbrüche entsprechend kürzt.

Das Kürzen der Decimalbrüche besteht darin, daß man rechts eine bestimmte Anzahl von Stellen streicht. Hiebei wird

die letzte nicht gestrichene Stelle um eine Einheit erhöht, wenn die erste gestrichene Stelle 5 oder darüber beträgt. Z. B.

19,54279 = 19,54.	210,076541 = 210,077.
0,162936 = 0,163.	0,45999 = 0,460.

Übung.

1) Lies und erkläre:

a. 1,7, 2,5, 3,9, 27,8, 58,6, 473,3, 5,37, 24,58, 78,34, 130,52, 247,86, 29,469, 310,572, 457,6589, 512,7483, 69,42568, 706,193448, 99,99999.

b. 0,7, 0,3, 0,8, 0,24, 0,75, 0,732, 0,6472, 0,6593. 0,41316, 0,86257, 0,413218, 0,7625928, 0,99999.

c. 2,08, 35,047, 47,0015, 600,052, 410,00631, 5600,52, 7000,0004, 9400,000463, 8,000005.

d. 0,02, 0,05, 0,09, 0,065, 0,078, 0,0042, 0,00732, 0,00062, 0,0000743, 0,00268, 0,001, 0,00001, 0,0000562, 0,0000723.

e. 7,0308, 60,01075, 37,004016, 6010,00206.

f. 4,630, 9,7200, 0,0210, 07,0690.

2) Schreibe:

a. 4 Ganze 7 Zehntel, 15 Ganze 53 Hundertel, 871 Ganze 956 Tausendtel, 900 Ganze 5734 Zehntausendtel.

b. 8 Zehntel, 63 Hundertel, 4731 Zehntausendtel, 400905 Milliontel.

c. 2 Ganze 9 Hundertel, 45 Ganze 46 Tausendtel, 690 Ganze 7 Zehntausendtel, 200 Ganze 407 Hunderttausendtel.

d. 1 Hundertel, 19 Tausendtel, 568 Hunderttausendtel, 54 Zehnmilliontel, 70 Hundertel, 409 Zehntausendtel, 3008 Milliontel, 2700 Hunderttausendtel.

3) Multipliziere:

a.	9,78	mit 10.	b.	15,906	mit 10.
c.	37,416	„ 100.	d.	963,512	„ 100.
e.	0,48	„ 10.	f.	0,763	„ 10.
g.	0,947	„ 100.	h.	0,4812	„ 1000.
i.	2,5	„ 10.	k.	7,43	„ 100.
l.	19,437	„ 1000.	m.	24,0362	„ 10000.
n.	71,03	„ 10.	o.	0,74	„ 100.
p.	0,04	„ 100.	q.	0,0563	„ 10000.
r.	5,2	„ 100.	s.	20,06	„ 1000.
t.	0,9	„ 1000.	u.	0,437	„ 100000.
v.	4,307	„ 1000000.	w.	9,07	„ 100000.
x.	0,001	„ 1000.	y.	0,00327	„ 10000000.

z. 0,000003	„ 100000.	a′. 0,00487	„ 10.
b′. 19	„ 10.	c′. 37	„ 100.
d′. 307	„ 1000.	e′. 20	„ 10000.

4) Dividiere:

a. 51,8	durch 10.	b. 7438,19	durch 10.
c. 6214,9	„ 100.	d. 8400,12	„ 1000.
e. 7,2	„ 10.	f. 81,5	„ 100.
g. 506,03	„ 1000.	h. 24073,6	„ 10000.
i. 9,63	„ 100.	k. 15,06	„ 1000.
l. 4,037	„ 1000.	m. 9,042	„ 10000.
n. 0,5	„ 10.	o. 0,1	„ 100.
p. 0,624	„ 100.	q. 0,072	„ 1000.
r. 243654,3	„ 10000.	s. 9652008,75	„ 10000000.
t. 506037,2	„ 1000000.	u. 17	„ 10.
v. 51	„ 100.	w. 50	„ 1000.
x. 647	„ 100.	y. 7400	„ 10000.
z. 43608	„ 10000.	a′. 521007	„ 100000.
b′. 9003047	„ 1000000.	c′. 28007000	„ 100000000.

5) Schreibe an:

als Meter	a. 15 *m* 74 *cm*.	b. 7 *m* 30 *cm*	c. 9 *m* 437 *mm*.
„ „	d. 24 *m* 6 *cm*.	e. 8 *m* 25 *mm*.	f. 4006 *mm*.
„ „	g. 8 *km* 9 *m* 7 *cm*	h. 92 *cm*.	i. 37 *mm*.
„ „	k. 1 *cm*.	l. 1 *mm*.	m. 60 *mm*.
als Kilometer:	n. 5 *km* 943 *m*.	o. 16 *km* 750 *m*.	
„ „	p. 210 *km* 800 *m*.	q. 572 *m*.	
„ „	r. 900 *m*.	s. 7 *m* 40 *cm*.	
„ „	t. 4 *km* 28 *m* 20 *cm*.	u. 70 *cm*.	
„ „	v. 4500 *mm*.		

6) Schreibe an:

als Quadratmeter:	a. 17 *qm* 2423 *qcm*.	b. 16 *qm* 405 *qcm*.	
„ „	c. 9 *qm* 700 *qcm*.	d. 500 *qcm*.	
„ „	e. 6 *qcm* 80 *qmm*.	f. 48 *qmm*.	
als Hektar:	g. 47 *ha* 25 *a*.	h. 49 *ha* 3 *a*.	i. 7 *ha* 2 *a* 5 *qm*.
„ „	k. 4 *a* 36 *qm*.	l. 120 *qm*.	m. 2300 *qm*.
als Quadratkilometer:	n. 3 *qkm* 5 *ha*.	o. 4580 *ha*.	p. 7 *ha* 90 *a*.

7) Schreibe an:

als Kubikmeter:	a. 4 *cbm* 50 *l*.	b. 49 *cbm* 7 *l*.	
„ „	c. 18 *hl* 40 *l*.	d. 9460 *l*.	
„ „	e. 7 *hl*.	f. 4 *hl* 5 *l* 800 *ccm*.	
„ Liter:	g. 5 *hl* 4 *l* 200 *ccm*.	h. 850 *ccm*.	
„ „	i. 24 *ccm* 600 *cmm*.		
„ Hektoliter:	k. 35 *hl* 9 *l*.	l. 24 *l*.	m. 19300 *ccm*.

8) Schreibe an:

als Gramm: a. 2 *g* 640 *mg*. b. 785 *mg*. c. 3 *kg* 48 *g* 760 *mg*.
als Kilogramm d. 492 *g*. e. 3400 *g*. f. 604 *g* 200 *mg*.
" " g. 3 *t* 500 *kg*. h. 7 *t* 23 *g* 60 *mg*.
" " i. 23 904600 *mg*.
als Tonnen: k. 320 *kg*. l. 11 *t* 50 *kg*. m. 29400 *g*.

9) Schreibe an:

a. 8 ℳ 16 ₰ b. 17 ℳ 54 ₰ c. 1700 ℳ 3 ₰ d. 19 ℳ 6 ₰
e. 25 ₰ f. 3 ₰ g. 5 *fl* 87 *kr* h. 1 *fl* 29 *kr*
i. 80 *kr* k. 37 *fr* 16 *ct* l. 30 *ct* m. 7 *ct*.

10) Zerlege folgende einfache benannte Zahlen in mehrfach benannte:

a. 46,57 *m*. b. 3,06 *m*. c. 15,077 *m*.
d. 7438,01 *m*. e. 57,63 *qm*. f. 5,003 *qm*.
g. 97,06 *ha*. h. 4490,57 *a*. i. 512,347 *cbm*.
k. 9,007 *cbm*. l. 40,06 *hl*. m. 15,043 *kg*.
n. 35697,024 *g*. o. 74,16 ℳ. p. 9,03 ℳ.
q. 0,37 *m*. r. 0,047 *m*. s. 0,145 *qm*.
t. 0,034 *ha*. u. 0,12 *cbm*. v. 0,03 *cbm*.
w. 0,037 *kg*. x. 0,24 ℳ. y. 0,01 ℳ.

11) Wenn ein Kilogramm einer Ware 1,5 ℳ [2,74 ℳ 7,3 ℳ, 0,42 ℳ, 0,65 ℳ] kostet, was kosten 10 *kg* u. 100 *kg*, wie viel eine Tonne?

12) Wenn die Geschwindigkeit eines Körpers 3,7 *m*, [0,16 *m*, 2,78 *m*, 0,54 *m*] ist, welchen Weg macht der Körper in 100″ und in 16′ 40″?

13) Wenn das Quadratmeter eines Platzes auf 19,74 ℳ [12,06 ℳ, 3,27 ℳ, 0,9 ℳ] gewertet wird, wie hoch kommt das Hektar?

14) Was kostet das Ster Holz, wenn das Kubikdezimeter auf 0,7 ₰ [0,35 ₰] angeschlagen wird?

15) Ein Körper macht in 2^h 46′ 40″ einen Weg von 15 *km* [9,7 *km*, 0,43 *km*]; was ist seine Geschwindigkeit?

16) Wenn eine Tonne Oel auf 987 ℳ [1348 ℳ, 537,25 ℳ] kommt, wieviel kostet das Kilogramm?

17) Wenn eine Waldfläche von 10 *ha* um 53700 ℳ [10115 ℳ] verkauft wird, wie hoch kam das Ar?

18) Wenn ein Ster Holz 72 *kg* [534 *kg*] wiegt, wie viel wiegt das Kubikcentimeter?

19) Wenn 100 *hl* Wein 12600 ℳ [17428 *fr*] kosten, was kostet das Liter?

20) 1000 Stück Bleikugeln [10000 Schrotkörner] wiegen 27,8 *kg* [31,4 *kg*]; was wiegt ein Stück?

21) Kürze folgende Zahlen:
a. 7,142309, 0,24367, 2,05107, 0,01985 auf drei Decimalen.
b. 0,55237649, 2,0034967, 0,190021 auf fünf Decimalen.
c. 24,0963478, 0,25409974, 0,99999999 auf sechs Decimalen.

22) Der Pariser Fuß hat 0,32484 *m*, der preußische 0,31385 *m*, der österreichische 0,31611 *m*, der bairische 0,29186 *m*. Wie viel sind diese Maße in Millimeter genau?

23) Ein Liter Luft wiegt 1,293187 *g*. Wieviel macht dies in Milligramm genau?

24) Ein Gulden süddeutsche Währung ist 1,71428 *M*. Wie viel ist dies auf Pfennig genau?

25) Auf 100 *km* beträgt die Fracht 246,30 *M* [147,89 *fl*]; welches ist die Fracht auf 1 *km*? (Auf Pfennig [Kreuzer] genau).

26) 1000 Fuß württembergisch [10000 Fuß englisch] sind 286,49 *m* [3,0479 *km*]; wie groß ist ein Fuß württembergisch [englisch]? (Auf Millimeter genau).

XXI. Addition und Subtraktion.

§ 82. Die Addition und Subtraktion der Decimalbrüche ist dieselbe wie die ganzer Zahlen: es werden bei der niedrigsten Ordnung beginnend die Einheiten gleicher Ordnung addiert, bez. subtrahiert.

Z. B.

$$\begin{array}{r} 15{,}74 \\ +\ 283{,}0623 \\ +\ 43 \\ +\ 0{,}4895 \\ +\ 1470{,}74871 \\ \hline =\ 1813{,}04051 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27{,}4257 \\ -\ 15{,}6749 \\ \hline =\ 11{,}7608 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32{,}07 \\ -\ 31{,}95488 \\ \hline =\ 0{,}11512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0{,}48702 \\ -\ 0{,}486 \\ \hline =\ 0{,}00102 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ -\ 0{,}57423 \\ \hline =\ 0{,}42577. \end{array}$$

§ 83. Will man die Summe oder Differenz von Decimalbrüchen nur auf eine gewisse Anzahl von Stellen, so kürze man bei der betreffenden Stelle die einzelnen Zahlen und addiere oder subtrahiere wie sonst.

Ist die Anzahl der Summanden nicht zu groß, so ist der Fehler in der letzten Stelle der Summe immer noch unbeträchtlich.

Z. B.

$$\begin{array}{r} 14{,}857962 \\ +\ 9{,}521058 \\ +\ 3{,}002651 \\ +\ 1{,}23 \\ +\ 4{,}01703 \\ \hline =\ 32{,}629. \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24{,}673804 \\ -\ 19{,}25436 \\ \hline =\ 5{,}420. \end{array}$$

Übung.

1)

a. 0,3 + 0,5	b. 0,7 + 0,2	c. 0,8 + 0,5
d. 0,4 + 0,6	e. 1,2 + 1,7	f. 1,8 + 2,5
g. 12,3 + 3,7	h. 4,5 + 0,9	i. 7 + 2,3
k. 0,07 + 0,02	l. 0,09 + 0,01	m. 0,23 + 0,54
n. 0,67 + 0,19	o. 0,3 + 0,04	p. 0,26 + 0,34
q. 0,37 + 0,63	r. 0,5 + 0,94	s. 1,7 + 2,18
t. 2,35 + 4,8	u. 8,95 + 1,05	v. 2,31 + 15
w. 0,037 + 1,04	x. 0,516 + 2,964	y. 0,572 + 0,428.

2) a. 0,4 + 0,5 + 0,9 b. 1,6 + 2,7 + 3,1 c. 15,3 + 16 + 2,7
d. 4,71 + 6,8 + 5,39 e. 0,06 + 4,2 + 1,9 + 2,15
f. 26,8 + 13 + 1,47 + 4,5 + 8,53
g. 12,08 + 2,9 + 41,16 + 3 + 28,6 + 12,26
h. 0,003 + 11,45 + 2,6 + 19 + 1,7 + 0,46 + 3,587.

3)

a. 0,9 — 0,4.	b. 0,5 — 0,4.	c. 2,7 — 1,3.
d. 8,9 — 5,2.	e. 1,2 — 0,7.	f. 3,5 — 2,6.
g. 18,7 — 15,7.	h. 13 — 8,9.	i. 25 — 24,6.
k. 0,27 — 0,13.	l. 0,56 — 0,51.	m. 4,23 — 3,15.
n. 6,52 — 5,68.	o. 0,47 — 0,09.	p. 1,7 — 0,08.
q. 5 — 3,29.	r. 100 — 17,93.	s. 15,47 — 8,47.
t. 31,8 — 25,92.	u. 20 — 0,07.	v. 1 — 0,86.
w. 0,543 — 0,521.	x. 1,3 — 0,986.	y. 7 — 6,904.

4) Addiere:

a. 174,006, 45,75, 0,197, 5,32, 18, 49,0137.
b. 63074,395, 124000,0754, 7444,016, 2906,247, 18345.
c. 0,693, 2,47, 91,078, 47,0046, 361,0287, 0,4753, 2.
d. 16,24, 129,0071, 305,0479, 24,161, 91,075, 35,009.
e. 0,22435, 0,097, 0,134682, 0,430021, 0,0099, 0,104047.[63]
f. 27,44, 0,043, 16, 2,001, 19,2, 0,075, 15,04, 0,001.

5) Subtrahiere:

a. 16,4251 von 18,31437.	b. 251,0019 von 5680,72.
c. 9,047 von 12,341.	d. 64,275 von 74,375.
e. 19,0021 von 20,0021.	f. 0,43567 von 63,7.

g. 85,0093 von 86. h. 147,9904 von 437.
i. 0,920438 von 1. k. 1,45097 von 2.
l. 39 von 40,003. m. 50 von 50,36.

6) Welche Zahl ist um 57,3 [16,48, 92,003, 0,45127 [64])] größer als die Summe der Zahlen 19,3 und 20,4 [47,36 und 581,137, 100,037 und 254,52, 0,22107 und 0,32766]?

7) Um wieviel ist die Zahl 70,9 [154,31, 6,97] größer als 58,89 [103,375, 2]?

8) Welche Zahl ergänzt den echten Decimalbruch 0,75 [0,84097, 0,00402, 0,99999] zur Einheit?

9) Addiere:

a. 46,09 *m*, 27 *m*, 0,16 *m*, 45,18 *m*, 210,371 *m*.
b. 95,0034 *qm*, 68,09 *qm*, 0,054 *qm*, 0,0002 *qm*.
c. 57,006 *cbm*, 85,407 *cbm*, 108,036 *cbm*, 0,954 *cbm*.
d. 19,024 *kg*, 0,837 *kg*, 0,485 *kg*, 2,64 *kg*.
e. 22,07 *M*, 171 *M*, 44,36 *M*, 85,1 *M*, 0,75 *M*.

10) Subtrahiere:

a. 12 *m* von 27,3*m*. b. 29,54 *ha* von 31,52 *ha*.
c. 0,416 *l* von 1 *l*. d. 2,416 *g* von 3,25 *g*.
e. 703,06 *M* von 1347,2 *M*. f. 1508,44 *M* von 2000 *M*.

11) Von *A* bis *B* sind 15,7 *km* [34,08 *km*], von *B* bis *C* 41 *km* [32,06 *km*] von *C* bis *D* 37,4 *km* [29,86 *km*]. Wie weit ist von *A* über *B* und *C* nach *D*?

12) Ein Bauer hat 24,16 *ha* [37,293 *ha*] Felder, 51,546 *ha* [62,007 *ha*] Wiesen, 140 *ha* [100,7 *ha*] Wald. Wie groß ist sein Grundbesitz?

13) Fünf Brunnen liefern in der Stunde folgende Wassermengen: 18,47 *hl* [2,9 *cbm*], 23,68 *hl* [49,7 *hl*], 0,514 *cbm* [3,091 *cbm*], 24 *hl* [3,15 *cbm*], 1,76 *cbm* [0,999 *cbm*]. Welche Wassermengen liefern die Brunnen zusammen?

14) Vier Krystalle haben folgendes Gewicht: 0,87 *g* [0,6 *g*], 0,22 *g*, [0,93 *g*], 0,454 *g* [0,056 *g*], 0,706 *g* [0,554 *g*]. Was ist ihr Gesammtgewicht?

15) Die Wocheneinnahmen eines Kaufmanns waren im Monat Februar: 658,17 *M* [742,08 *fl*, 1427 *fr*], 2143,84 *M* [953 *fl*, 3567,80 *fr*], 3197,26 *M* [1900,42 *fl*, 892,97 *fr*], 1518,05 *M* [396,2 *fl*, 1487,88 *fr*]. Welches war die Monats-Einnahme?

16) Drei Schulzimmer haben folgenden Flächeninhalt: 48,96 *qm* [100 *qm*], 53 *qm* [87,034 *qm*], 62,074 *qm* [61,9025 *qm*] Welches sind die Größenunterschiede dieser drei Zimmer?

17) Von *A* führt eine Eisenbahn zu den Stationen *B*, *C*, *D*, *E*. Die Entfernungen sind:

von *A*	bis *B* :	8,473	*km*	[10,04	*km*],
„ *A*	„ *C* :	17,39	„	[15,2	„],
„ *A*	„ *D* :	32,5	„	[23,987	„],
„ *A*	„ *E* :	50,	„	[40	*km*].

Welches sind die Zwischenentfernungen?

18) Aus einem Faß von 2,46 *hl* [1,57 *cbm*] Inhalt werden 93 *l* [8,64 *hl*] ausgelassen. Wieviel ist noch im Fasse?

19) Ein Kaufmann hat in einem Jahre 75650 *M* [124643 *fl* 132560,57 *fr*] eingenommen und davon 8473,25 *M* [17927,82 *fl*, 21857,69 *fr*] verdient. Wie groß war seine Ausgabe?

20) Ein Schuldner hat 8975,85 *fl* [47492,87 *fr*] Vermögen und 12432 *fl* [69586 *fr*] Schulden. Wie stark ist die Überschuldung?

---

21) Addiere:

a. 24,0315, 16,9658, 27,04, 0,34106, 19,2248 auf 2 Dec.

b. 607,0091, 12,340015, 0,26157, 2,88914 auf 3 Dec.

c. 19,47, 0,001459, 2,470135 16, 3,880496 07, 0,241550 37, 14,000197 25 auf 5 Dec.

d. 84,009247, 9,341067 56, 28,017248 49, 13,271000 91, 0,271999 87 auf 6 Dec.

e. 0,234757 6, 0,340262, 0,013474 21, 0,004385 1, 0,407124 9 auf 5 Dec.

22) Subtrahiere:

a. 57,66347 von 69,92123 auf 3 Dec.

b. 0,940756 von 9,221173 auf 4 Dec.

c. 7,631121 4 von 8,171447 8 auf 5 Dec.

d. 0,841094 7 von 1,410716 33 auf 6 Dec.

23) Fünf Felder haben folgende Größen: 7,44 *ha*, 9,52013 *ha*, 0,120967 *ha*, 13,12539 *ha*, 9,41997 *ha*. Wie groß sind sie zusammen (auf Quadratmeter genau)?

24) Wie viel beträgt auf Liter genau die Summe folgender Flüssigkeitsmengen: 40,16 *hl*, 29,4357 *hl*, 80,02147 *hl*, 9,1997 *hl*, 4,8553 *hl*, 0,997 *hl*?

25) Ein Liter Eis wiegt 0,92374 *kg* [0,92316 *kg*]; um wieviel wiegt derselbe weniger als ein Liter Wasser? (auf Gramm genau)?

---

26) Berechne: a. 2,5 + 7,4 — 0,22 — 9,31 + 6.
b. — 0,92 + 40,8 — 4,57 — 3,1 + 0,481.
c. 2,27 + 18 — 0,93 — 17,44 + 1,2 — 3,1.[65]
d. — 16,7 + 0,03 — 24,96 + 0,054 — 2,5 + 54,076.[66]

27) Berechne: a. 19,03 + (24,7 — 2,9) — (18,05 + 2,13) — (9,67 — 8,79).
b. — (2,7 — 1,8) + (7,4 — 2,9) + (1,6 — 0,7).
c. (15,09 — 3,54 + 8,16) — (7,64 — 6,97 — 3,54 + 4).
d. (2,08 — 5,07 + 6,324 + 4,9) — (9,024 — 11,732 + 9,742).[67]

28) Berechne: a. 0,04 + [(0,97 — 0,54) — (0, 67 — 0,59)].
b. 2,08 — [19,036 — (15,714 + 2,846)].
c. [11,07 — (9,27 — 6,3 + 0,9) + (2,4 + 1,6)] — [(7,3 — 4) + (9 — 5,6)].
d. [(37,428 — 18,428) — (16 — 0,8)] + [(5 — 2,3) + (1 — 0,3)].
e. (19,1 — 1,86) + (8 + 4,76) — (3,57 — 1,57 — (6,19 — 4,72)) — [(40,8 — 3,8) — (54,672 — 54,472) — (6,51 + 0,94 — 0,11)].[68]
f. 5,61 + 1,82 + (4,337 + 4,484) — (6,2 — (2 — 0,014)) — {32 — 0,53 — (17,69 — 6,22) — ((20 — 19,185) — 0,1) — [(18,0647 — 6,0647) — (1,987 + 0,013) + (6,47 — (6,455 — 0,233))]}.[69]

29) Suche eine Zahl, welche um den Unterschied der Zahlen 9,8 und 5,4 [7,3 und 6,9, 2,5 und 1,4] kleiner ist als die Summe der Zahlen 5,8 und 3,2 [2,5 und 0,7, 7,61 und 3,89].

30) Um wieviel wird die Summe aus 1,3, 4,5, 9,17, [12,47, 16,09, 1,07[70]] von der Summe aus 4,8, 3,19, 11,27 [15,83, 2,54, 11,26] übertroffen?

31) Fünf echte Decimalbrüche ergänzen sich zur Einheit. Die Summe aus dem ersten und dritten beträgt 0,3 [0,397[71]], und um den gleichen Betrag übertrifft der vierte den zweiten. Der erste Bruch ist 0,24 [0,37456], der vierte 0,42 [0,45]. Welches sind die fünf Brüche?

32) Der Unterschied zweier Zahlen beträgt 15,07 [39,07[72]]. Die kleinere ist um 17,24 [27,458] größer als 9,36 [14,36], die größere Zahl dagegen ist um 19,12 [19,112] kleiner als eine andere Zahl. Wie heißt die letztere?

33) Der Pariser Fuß ist um 0,03298 *m* größer als der bayerische und dieser um 0,02199 *m* kleiner als der preußische, welcher 313,85 *mm* groß ist. Wie groß ist der Pariser Fuß?

34) In einer Wohnung treffen auf die Küche 8,44 *qm*, auf den Vorplatz, Gang u. s. w. 12,06 *qm*, auf Holzlege, Garderobe u. s. w. 9,93 *qm*. Von den vier Zimmern ist das erste um 0,049 *qm* kleiner als das zweite und vierte zusammen, das zweite ist um 4,52 *qm*, das dritte um 13,67 *qm* größer als das vierte, welches 15 *qm* groß ist. Wie groß ist die ganze Wohnung?

35) Ein Hausvater macht folgenden Voranschlag seiner Einnahmen und Ausgaben: Gehalt 3000 ℳ, Nebenverdienst 257,06 ℳ, Zinsen aus vorhandenem Vermögen 742,80 ℳ. Kosten der Haushaltung 2354 ℳ, Wohnung 734,60 ℳ, Heizung 125,8 ℳ, Kleidung 368,24 ℳ, Erziehung 156,09 ℳ. Wieviel bleibt ihm für andere Ausgaben übrig?

36) Ein Geschäftsmann revidiert den Stand seines Vermögens und findet: Haus 84187,03 ℳ, Garten 3457,6 ℳ, Nebengebäude 6547,16 ℳ, Mobiliar 12348,9 ℳ, Geschäftseinrichtung 7439,08 ℳ, Materialvorrat 45796,03 ℳ, Guthaben bei Geschäftsfreunden 27436,07 ℳ, Aktivvermögen in Papieren 9564,63 ℳ. Dagegen: Hypothekschulden auf dem Anwesen 52496,17 ℳ, Geschäftsschulden 34195,07 ℳ, Schulden am Mobiliar und der Geschäftseinrichtung 4319,24 ℳ. Wie groß ist der wirkliche Vermögensstand?

37) Eine Summe von 70 ℳ [428,59 *fr*[73])] soll unter sechs Schüler in folgender Weise verteilt werden: der erste erhält soviel als der zweite und vierte zusammen, der fünfte erhält um den Unterschied der Anteile des zweiten und vierten weniger als der erste, der zweite bekommt um 0,92 ℳ [3,54 *fr*] mehr, der vierte um 1,96 ℳ [1,96 *fr*] weniger als der dritte, dieser dann 9,62 ℳ [47,05 *fr*]. Wieviel erhalten die sechs Schüler?

38) Von *A* bis *B* steigt die Bahn um 3,576 *m* [1,093 *m*],
von *B* bis *C* 8,92 *m* [4,238 *m*] Steigung,
„ *C* „ *D* 12,473 *m* [8,95 *m*] „ ,
„ *D* „ *E* 21,063 *m* [9,489 *m*] Gefäll,
„ *E* „ *F* 14,732 *m* [15,924 *m*] „ .
Höhe der Station *A* über dem Meer 729,3 *m*.
Höhe der andern Stationen (auf Decimeter genau)?

XXII. Multiplikation.

§ 84. Multiplikation mit einer ganzen Zahl.

a. $2{,}7 \cdot 4 = 2{,}7 + 2{,}7 + 2{,}7 + 2{,}7 = 10{,}8.$

b. $5{,}31 \cdot 70 = 5{,}31 \cdot 10 \cdot 7 = 53{,}1 \cdot 7 = 371{,}7.$

$0{,}468 \cdot 300 = 46{,}8 \cdot 3 = 140{,}4.$

$3{,}9 \cdot 5000 = 3900 \cdot 5 = 19500.$

c. $24{,}096 \cdot 147 = 24{,}096 \cdot 100 + 24{,}096 \cdot 40 + 24{,}096 \cdot 7$

$= 2409{,}6 + 963{,}84 + 168{,}672$

$= 3542{,}112.$

Schema:

$$\begin{array}{r} 24{,}096 \\ \cdot\ 147 \\ \hline = 2409{,}6 \\ +\ 963{,}84 \\ +\ 168{,}672 \\ \hline = 3542{,}112 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}09603 \\ \cdot\ 504 \\ \hline = 48{,}515 \\ +\ 0{,}38412 \\ \hline = 48{,}89912 \end{array}$$

§ 85. Multiplikation mit einem Decimalbruch. Die Multiplikation mit 0,7 bedeutet, daß der zehnte Teil der Multiplikanden siebenmal zu nehmen ist.

a. $18{,}3 \cdot 0{,}7 = 18{,}3 : 10 \cdot 7 = 1{,}83 \cdot 7 = 12{,}81$

$5{,}4 \cdot 0{,}03 = 0{,}054 \cdot 3 = 0{,}162$

$2168{,}2 \cdot 0{,}009 = 2{,}1682 \cdot 9 = 19{,}5138.$

b. $56{,}8 \cdot 4{,}3 = 56{,}8 \cdot 4 + 56{,}8 \cdot 0{,}3 = 227{,}2 + 17{,}04$

$= 244{,}2_4.$

Schema:

$$\begin{array}{r} 56{,}8 \cdot 4{,}3 \\ \hline = 227{,}2 \\ +\ 17{,}04 \\ \hline = 244{,}24 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 81{,}27 \\ \cdot\ 2{,}53 \\ \hline = 162{,}54 \\ +\ 40{,}635 \\ +\ 2{,}4381 \\ \hline = 205{,}6131 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}47257 \\ \cdot\ 0{,}039 \\ \hline = 0{,}014177\ 1 \\ +\ 0{,}004253\ 13 \\ \hline = 0{,}018430\ 23. \end{array}$$

Hieraus erkennt man das Gesetz:

Die Multiplikation von Decimalbrüchen wird in derselben Weise bewerkstelligt wie die Multiplikation ganzer Zahlen. Die Stellen des Multiplikanden sind jedoch im Produkt um so viele Ordnungen zu erhöhen oder zu erniedrigen, die wie vielte Ordnung über oder unter den Einern die Multiplikatorstelle ist.

Zur Probe über die richtige Stellung des Kommas kann dienen, daß das Produkt so viele Decimalstellen haben muß, als beide Faktoren zusammen.

§ 86. Um Decimalbrüche abgekürzt zu multiplizieren, hat man nur bei jedem einzelnen Teilprodukt den

Multiplikanden entsprechend zu kürzen. Doch ist das aus der ersten wegfallenden Stelle des Multiplikanden erhaltene Produkt zu berücksichtigen, indem man die Zehner derselben mit einzählt. Die Zehner zählen voll, wenn die Einer des Teilproduktes 5 oder darüber betragen.

Z. B. 72,54618
· 41,6532 auf 5 Decimalen.

= 2901,8472		
+ 72,54618		
+ 45,52771	6 · 8 = 48 (6te Stelle)	zählt 50,
+ 3,62731	5 · 1 = 5 („ „)	„ 10,
+ 0,21764	3 · 6 = 18 („ „)	„ 20,
+ 0,01451	2 · 4 = 8 („ „)	„ 10.
= 3023,78055.		

2,374685
· 0,9204 auf 5 Decimalen.

= 2,13721	9 · 8 = 72 (6te Stelle)	zählt 70,
+ 0,04749	2 · 6 = 12 („ „)	„ 10,
+ 0,00095	4 · 7 = 28 („ „)	„ 30.
= 2,18565.		

§ 87. Man beachte: 24 · 1,3 = 31,2, 24 · 0,7 = 16,8. Die Multiplikation mit einem unechten Decimalbruch vermehrt; die Multiplikation mit einem echten Decimalbruch vermindert.

Übung.

1) **a.** 0,3 · 2. **b.** 0,7 · 3. **c.** 4 · 0,5. **d.** 0,9 · 8.
e. 1,7 · 6. **f.** 2,3 · 9. **g.** 12 · 8,5. **h.** 19,7 · 13.
i. 0,04 · 2. **k.** 7 · 0,08. **l.** 0,06 · 5. **m.** 0,27 · 3.
n. 0,39 · 8. **o.** 0,456 · 14. **p.** 16 · 0,725. **q.** 15 · 0,384.
r. 1,03 · 7. **s.** 18 · 12,09. **t.** 7,417 · 9. **u.** 12,786 · 13.
v. 0,0075 · 8. **w.** 17 · 0,0629. **x.** 6,1375 · 12. **y.** 4,53126 · 15.

2) **a.** 0,8 · 40. **b.** 0,7 · 30. **c.** 1,9 · 50.
d. 60 · 9,5. **e.** 43,8 · 300. **f.** 0,9 · 7000.
g. 20 · 0,05. **h.** 30 · 0,17. **i.** 80 · 6,35.
k. 4,93 · 1100. **l.** 5,87 · 6000. **m.** 3,25 · 4000.
n. 0,568 · 60. **o.** 2,907 · 120. **p.** 50 · 13,024.
q. 700 · 8,736. **r.** 13000 · 48,064. **s.** 250 · 0,964.
t. 53,4763 · 40. **u.** 0,23567 · 300. **v.** 0,59634 · 1300.
w. 11000 · 8,6947. **x.** 21,07556 · 15000. **y.** 0,63025 · 80000.

3) **a.** 2,43 · 37. **b.** 51 · 0,468. **c.** 7,42 · 65.
d. 0,249 · 106. **e.** 307 · 14,68. **f.** 529 · 0,7143.

g. 2,36 · 125. h. 270 · 4,1935. i. 0,72093·1304.
k. 321,7 · 560. l. 5040 · 6,98. m. 7428 · 0,0625.
n. 1,23675 · 4368. o. 13005 · 25,0019. p. 8,464 · 3125.

4) a. 23,5 · 0,2. b. 1,67 · 0,3. c. 0,8 · 0,54.
d. 12,67 · 0,5. e. 1,954 · 1,1. f. 1,2 · 23,375.
g. 18,69 · 0,04. h. 0,07 · 2,679. i. 3,1563 · 0,17.
k. 0,003 · 0,6783. l. 0,0293 · 0,009. m. 5,317 · 0,013.
n. 85,74 · 0,0005. o. 2786,5 · 0,0019. p. 0,00008 · 2,875.
q. 480 · 0,4. r. 5700 · 0,2. s. 419000 · 0,5.
t. 6470 · 0,07. u. 18900 · 0,02. v. 0,05 · 236000.
w. 160000 · 0,015. x. 94000 · 0,008. y. 0,0013 · 729000.

5) a. 94,6 · 3,8. b. 146,27 · 5,9. c. 0,57 · 4,657.
d. 1,04 · 5,631. e. 73,06 · 4,05. f. 0,439 · 0,82.
g. 0,567 · 0,4309. h. 287,5 · 0,144. i. 19,23 · 14,17.
k. 4508,56 · 3,197. l. 0,32849 · 0,04786.
m. 0,78125 · 1,024. n. 4105,067 · 304,295.
o. 0,03072 · 409,375. p. 3107,9437 · 0,0276.
q. 548,205 · 209,416. r. 8432,009 · 0,5373.
s. 0,965792 · 0,8675. t. 0,074039 · 0,005216.

6) Abgekürzt zu berechnen: auf 2 Decimalen:
a. 17,24 · 15,36. b. 9136,7 · 8,59. c. 406,937 · 18,09.
d. 0,8574 · 93,67. e. 5704,8597 · 305,067.
auf 3 Decimalen:
f. 9,541 · 7,284. g. 316,57 · 56,4759.
h. 4,0693 · 19,6349. i. 1586,391 · 0,9007.
auf 4 Decimalen:
k. 28,9567 · 1,5329. l. 5432,5687 · 8,6754.
m. 0,97043 · 8046,2709. n. 0,91068 · 0,097583.
auf 5 Decimalen:
o. 24,47863 · 9,52145. p. 167,4395 · 0,4986.
q. 12,098 · 3,986547. r. 0,064328 · 0,09157.
auf 6 Decimalen:
s. 8,476954 · 5,412798. t. 5604,674315 · 0,008507.
auf 7 Decimalen:
u. 0,9405603 · 0,0850049. v. 1,013027048 · 0,090043

7) Welche Zahl ist 1,5 [7,31, 0,2, 0,045] mal so groß als 16 [0,39, 12,5, 0,148]?

8) Was erhält man, wenn man 19,7, [24,048, 0,023] mit 9 [15, 423] multipliziert und durch 10, [100, 1000] dividiert?

9) Was ist das 9 Zehntel- [47 Hundertel-, 25 Tausendtel-] fache von 18 [26,3, 2455]?

10) Was sind 36 Hundertel [5 Hundertel, 14 Tausendtel] von 7 Zehnteln [35 Hunderteln, 927 Tausendteln]?

11) Multipliziere:

a.	18,6	mit	0,2	und mit	1,5.
b.	24,8	„	2,5	„ „	0,7.
c.	0,048	„	1,9	„ „	3,2.
d.	0,3	„	0,24	„ „	100.
e.	0,016	„	25000	„	0,4 und mit 0,6.
f.	25,34	„	19,27	„ „	0,36.
g.	281,035	„	18,009	„ „	0,00491.

12) Berechne: a. $1{,}2^3$. b. $5{,}6^2$. c. $49{,}27^2$.
d. $0{,}5^2$. e. $0{,}1^2$. f. $0{,}04^2$.
g. $0{,}5^3$. h. $0{,}25^3$. i. $0{,}04^3$.

13) Welches ist die 7te [3te, 2te] Potenz von 0,2 [1,1, 0,304]

14) Was erhält man, wenn man 5,3 [0,03] einmal [zweimal] mit sich selbst multipliziert?

15) Suche eine Zahl, welche 1,4 [2,1, 0,6] mal so groß ist als das Produkt der Zahlen 2,8 und 3,1 [7,6 und 0,8, 5,3 und 2,9].

16) Was erhält man, wenn man von 3 Zehnteln [51 Hunderteln] der Zahl 36 [748] wiederum das 2 Zehntel- [37 Zehntel-] fache nimmt?

17) Multipliziere:

a.	24,03 *m*	mit	13.	b.	15 *km*	mit	8,907.
c.	0,016 *m*	„	3590.	d.	92,486 *m*	„	28,5.
e.	97,056 *qm*	„	1,9.	f.	0,25 *ha*	„	1708.
g.	0,431 *l*	„	28000.	h.	9,57 *hl*	„	0,024.
i.	18,561 *g*	„	4500.	k.	0,031 *kg*	„	2,439.
l.	0,76 *M*	„	549.	m.	67,94 *fl*	„	38,5.
n.	152,54 *M*	„	90,5.	o.	1,70 *fr*	„	439,3.

18) Wenn der Schritt eines Knaben zu 0,54 *m* [0,63 *m*] gerechnet wird, welchen Weg macht derselbe bei 957 [386] Schritten?

19) Ein Stab von 3,05 *m* [0,97 *m*] Länge läßt sich auf eine Strecke 8,3 [0,7] mal auflegen. Wie lang ist dieselbe?

20) Ein Rad hat einen Umfang von 2,08 *m* [1,04 *m*]. Welchen Weg macht dasselbe bei 2457,5 [0,95] Umdrehungen?

21) Auf einem Platze stehen 124 [80] Bäume, von denen jeder 5,36 *qm* [0,75 *qm*] einnimmt. Wie groß ist der Platz?

22) Um eine Wand zu tapezieren braucht man 7,3 [28,4] Rollen Tapeten, von denen jede 4 *qm* [6,75 *qm*] Fläche hat. Wie groß ist die Wand?

23) Ein Stück Kreide hat einen Inhalt von 10,54 *ccm* [0,025 *l*]; welchen Raum nehmen 350 [680] Stück Kreide ein?

24) Ein Ziegelstein hat einen Inhalt von 0,85 *l* [0,964 *l*]; welchen Raum nehmen 28000 [4500] Stück Ziegelsteine ein?

25) Ein Bauer hat 9,54 *hl* [800 *l*] ausgesät und ärntet 7,3 [12,5] mal soviel ein. Wie groß ist seine Aernte?

26) Ein Gefäß faßt 3,4 *l* [27,8 *l*] und kann 987,6 [0,85] mal in ein anderes Gefäß geleert werden. Wieviel faßt das letztere?

27) Eine Büchsenkugel wiegt 9,03 *g* [4,8 *g*]; wie viel wiegen 8000 [3750] Stück solcher Kugeln?

28) Ein Fuhrmann hat 24 [36] Mehlsäcke geladen, von denen jeder 64,3 *kg* [53,25 *kg*] wiegt; wieviel wiegt die ganze Fuhr?

29) Wenn ein Kilogramm einer Ware 9,03 ℳ [0,05 ℳ, 19 ℳ, 4,85 ℳ] kostet, was kosten 15 *kg* [6553 *kg*, 7,53 *kg* 0,4 *kg*]?

30) Was kostet ein Stück Feingold von 12,73 *g* [0,54 *g*] Gewicht?

31) Ein Meter Leinwand kostet 1,24 ℳ [0,95 ℳ, 0,9 ℳ]; was kosten 25,8 *m* [906 *m*., 0,8 *m*]?

32) Ein Gemüsegarten hat 5,751 *a* [0,45 *ha*], und wird das Quadratmeter [das Hektar] auf 3,75 ℳ [5400 ℳ] gewertet. Wieviel ist der Garten wert?

33) Ein Quadratmeter Blech wiegt 2,84 *kg* [0,67 *kg*]; was ist das Gewicht eines Blechdaches [Blechbeschlags] von 54,09 *qm* [0,35 *qm*]?

34) Ein Wald von 47,48 *ha* [0,956 *ha*] soll abgehauen werden; auf das Ar werden 19,5 *cbm* [24,8 *cbm*] Holz gerechnet. Wieviel Holz ergibt der Wald?

35) Eine Quelle liefert in der Sekunde 5,4 *l* [0,78 *l*]; wieviel liefert dieselbe in 2^h 45' [in einem Tag]?

36] Ein Eilzug [Postzug, Güterzug] macht in der Stunde 38,5 *km* [31,64 *km*, 26,25 *km*]; welchen Weg macht derselbe in $2{,}4^h$ [$11{,}05^h$, $14{,}4^h$]?

37) a. 5,3 · 0,7 — 2,5 · 3,8 + 0,03 · 416.
b. 9 — 2,7 · 6,3 + 0,8 . 7,4 — 9,1 · 3,9 + 12,8 · 5,02.
c. 7 — 3 · 1,5 — 0,02 + 6 · 5,05 — 15 · 0,7 — 0,09 · 31,5.
d. 19,6 · 7,4 — 0,95 · 10,57 — 8,9999 · 15[74]).
e. 27 · 0,9 — 1,52 · 1,2 + 0,97 · 1,6 — 2,81 · 4.

38) a. (9,7 + 2,8) · 0,19.
b. 11,6 · (15,2 — 7,4).
c. (19,2 — 0,5 — 0,94) · 2,7.
d. 8,24 · (3,57 — 2,1 — 1,2).
e. (5,8 + 4,2) · (9,7 — 4,5).
f. (0,4 — 0,251) · (9,37 — 8,67).
g. (15,24 + 16,9 — 2,78 — 23,57) · (39,5 — 7,6 — 15,48 — 13,02).

39) a. (7,4 — 2,8) · 3 — (9,5 + 11,6) · 0,6.

b. $19 \cdot (0,43 + 0,57) - (15,47 - 0,92) \cdot 0,48 - (27 - 26,8) \cdot 12$.

c. $(0,7 + 0,6) \cdot (2,6 - 1,5) - (7,2 - 6,7) \cdot (1,9 + 0,5)$.

d. $(9,47 - 6,15) \cdot (5,81 - 4,92) + (15,04 - 0,97) \cdot (3,56 - 2,86)$.

e. $(6,9 \cdot 0,6 - 2,5 \cdot 7,1 + 9,3 \cdot 1,8) \cdot (2,7 \cdot 3,1 - 1,5 \cdot 2,6)$.

f. $(7 - 2,5 \cdot 1,8 + 0,18) \cdot (2,9 - 1,6) - (8,7 - 2,1 \cdot 3) \cdot (9 - 8,7)$.

g. $8 - \left(9 - (12 \cdot 3,5 - 7 \cdot 4,2) + 2,6 \cdot 4,5\right) \cdot \left(5 - (11 - 9,2)\right) + 7,6 \cdot 6,1$.

h. $15,43 - \left[9,57 - \left(2,46 - (12 - 3,1 \cdot 2,9) + 6 \cdot 0,9\right)\right] \cdot (2,7 - 1,45) + 3$.

40) Berechne die Summe der Produkte aus 15,21 und 3,04 [0,2 und 7,6] einerseits, 3,94 und 2,18 [2 und 2,3] andererseits.

41) Welches ist der Unterschied der Produkte aus 0,94 und 2,58 [1,6 und 0,3] einerseits, 1,67 und 1,02 [0,6 und 0,8] andererseits?

42) Bilde die 9 [2,7]fache Summe aus 14,3 und 0,64 [2,67 und 1,43].

43) Nimm den Unterschied der Zahlen 16,54 und 11,82 [7,6 und 8,54] 120 [0,9] fach.

44) Was gibt das Produkt der Summen aus 38,1 und 1,9 [27,3 und 4,6] einerseits, 47,6 und 2,4 [0,94 und 0,06] andererseits?

45) Um wie viel wird die 18 [0,75]fache Summe aus 12,6 und 14,4 [2,1 und 1,5] von der 0,9 [62] fachen Differenz der Zahlen 5124 und 3667,2 [9,17 und 9,07] übertroffen?

46) Was erhält man, wenn man die Summe aus der 1,3 fachen Summe aus 19,3 und 1,7 und dem 0,3 fachen Unterschiede zwischen 24,73 und 5,73 mit einer Zahl multipliziert, welche von der 5 fachen Summe aus 3,04 und 2,06 um 17,3 übertroffen wird?

47) Zwei Fußgänger gehen gleichzeitig von demselben Orte nach derselben Richtung [nach entgegengesetzter Richtung] ab, der eine mit einer Geschwindigkeit von 1,3 *m*, der andere mit einer Geschwindigkeit von 1,25 *m*. Der erstere geht $1^h\,36'$, der andere $1^h\,45'$ lang. Wie weit liegen die Endpunkte ihrer Wege auseinander?

48) Um 6 Uhr Morgens geht an einem Orte ein Postzug ab und macht in einer Stunde 30,6 *km*. $3,5^h$ später geht nach derselben Richtung ein Eilzug ab und macht in der Stunde 42,8 *km*. Wie weit sind die beiden Züge Mittags 12 Uhr auseinander?

49)[75]) Von A bis B sind zu Wasser 74,06 *km*. In A geht morgens um 10 Uhr ein Dampfschiff zu Thal ab, welches in jeder Stunde 11,06 *km* zurücklegt. 2,6*h* früher ging in B ein Schiff zu Berg ab, welches in der Stunde 7,3 *km* macht. Wie weit sind beide Schiffe um 1 Uhr mittags auseinander?

50) Zwei Rennpferde rennen einander entgegen auf einer 36,8 *km* langen Strecke, das erste mit einer Geschwindigkeit von 10,48 *m*, das zweite mit einer Geschwindigkeit von 12,6 *m*. Die Pferde werden gleichzeitig abgelassen und nach 20′ angehalten. Wie weit sind dann die Pferde auseinander?

51) Zur Belegung des Fußbodens einer Kirche sind dreierlei Platten verwendet: 270 Stück à 0,568 *qm*, 94 Stück à 1,16 *qm* 4100 Stück à 0,27 *qm*. Wie groß ist der Boden der Kirche?

52) Ein Steinbruch liefert 17428 Steine à 3,75 *l*, 25746 Steine à 0,86 *l*, 50481 Platten à 2,54 *l*. Welchen Raum beansprucht die gesamte Lieferung?

53) In einen Wasserbehälter münden fünf Röhren. Die erste liefert in der Minute 19,8 *l*, die zweite 17,3 *l*, die dritte 12,06 *l*. Durch die vierte fließen in einer Minute 9,6 *l*, durch die fünfte 10,2 *l* ab. Der Behälter hatte zu Anfang 45,23 *hl*. Morgens um 6 Uhr wurden die Abflußröhren geöffnet, um $\frac{1}{2}$ 8 Uhr wurde die erste, um 8 Uhr die zweite und um $8\frac{1}{4}$ Uhr die dritte Zuflußröhre geöffnet. Welches ist der Wasserstand um 10 Uhr morgens?

54) Eine Gemeinde hat vier Waldabteilungen, die erste zu 2,64 *ha*, die zweite um 15,9 *a* größer, die dritte um 7,6 *a* kleiner als die erste, die vierte so groß als die zweite und dritte zusammen. Bei der letzteren erwartet man vom Hektar einen Holzertrag von 17,3 *cbm*, bei der dritten um 0,9 *cbm* weniger, bei der zweiten und ersten gleichviel nämlich 1,7 *cbm* mehr als bei der dritten. Welches ist der zu erwartende Holzertrag?

55) Ein Weinhändler hat vier Fässer Wein. Das erste hält 743,8 *l*, das zweite 627,19 *l*, das dritte ebensoviel mehr als das erste wie das zweite weniger, das vierte endlich hält 436,9 *l*. Von der ersten Sorte stellt sich der Preis des Liters auf 1,85 *M*, von den folgenden zwei Sorten um 0,25 *M* geringer, von der vierten Sorte aber um 0,64 *M* höher als bei der ersten. Was ist der Preis der ganzen Weinmenge?

56) Welches ist der Wertunterschied zwischen einem Stücke Feinsilber von 145,8 *g* [100,8 *g* [76])] und einem Stücke Feingold von 9,54 *g* [5,6 *g*] Gewicht?

57) Ein Tischler übernimmt bei einem Neubau die Herstellung der Fußböden nach folgendem Anschlag: Im Erdgeschoß ein Zimmer zu 36,74 *qm*, zwei Zimmer zu 27,09 *qm*, zwei Zimmer zu 18,6 *qm*. Erster Stock: ein Zimmer 37,4 *qm*, zwei Zimmer

zu 28 *qm*, zwei Zimmer zu 19,3 *qm*. Zweiter Stock: ein Zimmer zu 37,69 *qm*, zwei Zimmer zu 28,7 *qm*, zwei Zimmer zu 20 *qm*. Der Hausplatz rc. ist in allen Stockwerken gleich groß, nämlich 15,4 *qm*; der Speicher hat 132 *qm*. In den großen Zimmern kostet das Quadratmeter 3,75 ℳ, in den mittleren und kleinen um je 20 ₰ weniger. Der Hausplatz kostet per Quadratmeter 1,5 ℳ der Speicher 1 ℳ. Wie hoch beläuft sich der Voranschlag der Fußböden?

Anmerkung. 1 Fuß bair. = 0,29186 *m* 1 geograph. Meile = 7,408 *km*
1 „ paris. = 0,32484 *m* 1 englische Meile = 1,6092 *km*
1 „ preuß. = 0,31385 *m* 1 bair. Tagwerk = 0,3412 *ha*
1 „ österr. = 0,31611 *m* 1 fl. süddeutsch = 1,71428 ℳ.

58) Uebertrage in neues Maß:

auf Millimeter genau:

a. 12 Fuß bair. **b.** 38 Fuß par. **c.** 506 Fuß preuß. **d.** 9 Fuß österr.
e. 32,15 „ „ **f.** 127,9 „ „ **g.** 5627,34 „ „ **h.** 61,03 „ „
i. 0,7 „ „ **k.** 0,18 „ „ **l.** 0,943 „ „ **m.** 0,72 „ „

auf Meter genau:

n. 5400 geograph. Meilen. **o.** 317,8 engl. Meilen.
p. 2,57 „ „ **q.** 0,93 „ „

auf Quadratmeter genau:

r. 147,24 Tagwerk bair. **s.** 0,5768 Tagwerk bair.

auf Pfennig genau:

t. 28 *fl* s. W. **u.** 36,4 *fl* s. W. **u.** 500 *fl* s. W. **v.** 728,35 *fl* s. W.

59) München liegt 1779 bair. Fuß, der Brenner Paß 4208 par. Fuß über dem Meer. Welches ist der Höhenunterschied dieser beiden Orte in Metern? (auf Centimeter genau).

60) Welcher ist der Unterschied zwischen 8 [24,9] geographischen und 37 [109,34] englischen Meilen? (auf Meter genau).

Anmerkung. Die Zahl, welche angibt, wie viel Gramm das Kubikcentimeter [oder wie viel Kilogramm das Kubikdecimeter] eines Stoffes wiegt, heißt die specifische Gewichtszahl, oder das specifische Gewicht dieses Stoffes.

Specifische Gewichte.

Korkholz	0,24.	Marmor	2,84.	Gold	19,26.
Fichtenholz	0,54.	Glas	2,89.	Platin	21,7.
Buchenholz	0,72.	Zinn	7,29.	——	
Eichenholz	0,76.	Gußeisen	7,21.	Weingeist	0,79.
Eis	0,92.	Schmiedeisen	7,79.	Terpentinöl	0,87.
Wachs	0,97.	Nickel	8,28.	Meerwasser	1,03.
Elfenbein	1,91.	Messing	8,41.	Schwefelsäure	1,84.
Sandstein	2,43.	Kupfer	8,85.	Quecksilber	13,59.
Aluminium	2,56.	Silber	10,47.	Luft	0,0013.
Granit	2,69.	Blei	11,35.		

61) Berechne das Gewicht von:

a. 3 *cbm* Fichtenholz, b. 8,5 *cbm* Buchenholz,
c. 80 *l* Weingeist, d. 0,7 *l* Terpentin,
e. 0,9 *cbm* Granit, f. 8,75 *cbm* Sandstein,
g. 5,06 *l* Eisen, h. 38,59 *ccm* Messing,
i. 7,53 *ccm* Nickel, k. 1,034 *ccm* Silber,
l. 0,45 *ccm* Gold, m. 0,82 *l* Quecksilber,
n. 356,4 *cbm* Luft, o. 75 *l* Meerwasser.

62) Ein Eiskeller hält 56,34 *cbm* [157 *cbm*] Eis. Welches ist das Gewicht dieser Eismasse?

63)[77]) In einer Wagschale liegen 7,08 *ccm* Blei, in der andern 9,08 *ccm* Kupfer. Wie groß ist das Uebergewicht?

64) Ein Fuhrmann führt drei Steinblöcke: einen Sandsteinblock zu 0,54 *cbm*, einen Granitblock zu 0,36 *cbm* und einen Marmorblock zu 0,12 *cbm*. Was ist deren Gesamtgewicht?

65) Es werden zusammengeschmolzen: 5,04 *ccm* Silber, 1,3 *ccm* Kupfer, 0,7 *ccm* Blei. Welches ist das Gewicht der Mischung?

66) Wie viel wiegen:

auf Kilogramm genau: a. 7,615 *cbm* Fichtenholz,
b. 816,57 *cbm* Sandstein,
auf Gramm genau: c. 3,246 *l* Blei,
d. 5,34 *l* Quecksilber,
auf Zehntelgramm genau: e. 9,78 *ccm* Silber,
f. 0,836 *ccm* Gold.

67) Welches ist Gewicht und Wert von 1 *ccm* [4,3 *ccm*, 0,064 *ccm*] Gold?

Anmerkung. Der Feingehalt der edlen Metalle Gold und Silber wird durch einen echten Decimalbruch angegeben. Z. B. 0,9 feines Gold heißt: in dem betreffenden Goldstück sind neun Zehntel (des Gewichts) reines Gold und ein Zehntel Kupfer, also z. B. in 24 *g* Gold vom Feingehalt 0,9 befinden sich 24 *g*. 0,9 = 21,6 *g* Feingold und 24 *g*. 0,1 = 2,4 *g* Kupfer.

Aehnlich geschieht die Gehaltsangabe auch bei andern Körpern, welche nicht im reinen Zustande vorkommen.

68) Wie viel Feingold und Kupfer ist in einem Goldstück von 36 *g* [7,6 *g*, 65 *g*], dessen Feingehalt 0,9 [0,75, 0,6] ist, und was ist sein Wert?

69) Wie viel Feinsilber enthält eine 24 *g* [19,6 *g*] schwere Silbermünze vom Feingehalt 0,8 [0,95], und was ist ihr Wert?

70) Eine Mischung von 8,5 *l* [74 *hl*] besteht aus 35 Teilen Weingeist [62 Teilen Essig] und 65 [38] Teilen Wasser. Wie viel Wasser und Weingeist [Essig] sind darin?

71) Eine Salzquelle enthält dem Gewichte nach 24 Hundertel Salz. Wie viel Salz liefert dieselbe in einem Tag, wenn durch dieselbe in der Sekunde 0,5 *l* Salzwasser ausfließen und dessen specifisches Gewicht 1,2 ist?

---

72) Ein Rechteck hat eine Länge von 19,07 *m* [0,94 *m*, 3,5 *m*] und eine Breite von 12,6 *m* [0,52 *m*, 0,16 *m*.] Was ist sein Flächeninhalt?

73) Ein rechteckiger Kasten ist 1,7 *m* [0,84 *m*] lang, 0,75 *m* [0,37 *m*] breit und 0,15 *m* [0,29 *m*] tief; wie groß ist sein Kubikinhalt?

74) Ein Würfel hat 2,3 *m* [0,7 *m*] Kante. Wie groß ist **a.** eine Begrenzungsfläche, **b.** die ganze Oberfläche, **c.** der Inhalt?

75) Die Wand eines Hauses ist 20,8 *m* [13,75 *m*] lang und 5,7 *m* [8,64 *m*] hoch. Was kostet das Schindeln derselben, wenn das Quadratmeter auf 2,45 *M* [1,84 *M*] veranschlagt wird?

76) Ein Zimmer ist 7,6 *m* [4,9 *m*] lang, 4,5 *m* [3,8 *m*] breit und 3,6 *m* [2,85 *m*] hoch. Welche Gewichtsmenge Luft faßt das Zimmer?

77) Wie groß ist die Fläche eines Rechtecks, welches 8,54 *m* [0,97 *m*] lang und 6,93 *m* [0,91 *m*] breit ist? (Auf Quadratdecimeter genau)?

78) Wie groß ist eine rechteckige Waldfläche, welche 9,57 *km* [13,845 *km*] lang und 5,83 *km* [9,473 *km*] breit ist (auf Hektar genau)?

79) Welches ist der Inhalt eines rechteckigen Kastens, welcher 2,78 *m* [1,743 *m*] hoch, 0,95 *m* [1,495 *m*] tief und 2,15 *m* [0,732 *m*] breit ist (auf Kubikdecimeter genau)?

80) Was ist das Gewicht eines silbernen Würfels von 7,3 *cm* [5,96 *cm*] Seite (auf Milligramm genau)?

81) Was ist der Wert eines quadratischen Stückes Feingold von 21,4 *cm* Seite und 3,5 *mm* Dicke (auf Pfennig genau)?

82) Wie groß ist **a.** 1 Quadratfuß bayr., **b.** ein Quadratfuß par. (auf Quadratcentimeter genau), **c.** 1 Kubikfuß bayr., **d.** ein Kubikfuß par. (auf Kubikcentimeter genau)?

83) Wieviel sind **a.** 536 Quadratfuß bayr., **b.** 40000 Quadratfuß bayr. (1 Tagwerk), **c.** 126 Kubikfuß bayr. (1 Klafter), **d.** 0,586 Kubikfuß bayr., (**a.** auf Quadratdecimeter, **b.** auf Quadratmeter, **c.** u. **d.** auf Kubikcentimeter genau).

84) Auf der bayrischen Staatsbahn beträgt die Personenfahrtaxe auf ein Kilometer in der ersten Wagenklasse 0,08 *M*, in

der zweiten Wagenklasse 0,053 ℳ, in der dritten Wagenklasse 0,034 ℳ. Die berechneten Fahrpreise werden auf fünf Pfennig aufwärts abgerundet. Welches sind demnach die Fahrtaxen in den drei Wagenklassen für folgende Strecken:

a. München—Pasing 8 *km*,
b. München—Augsburg 62 *km*,
c. Nürnberg—Würzburg 103 *km*,
d. Würzburg—Aschaffenburg 90 *km*?

85) Auf einer Eisenbahn beträgt die Fracht per Tonne und Kilometer 0,0765 ℳ [0,0575 ℳ, 0,0135 ℳ]. Welches ist die Fracht für 43 *t* [9,8 *t*, 0,435 *t*] auf 21,8 *km* [169,7 *km*, 351,9 *km*]?

Anmerkung. Den Umfang eines Kreises erhält man, wenn man den Durchmesser mit 3,14 multipliziert.

86) Berechne den Umfang eines Kreises von a. 21 *m*, b. 0,96 *m*, c. 7,4 *km*, d. 23,8 *cm*, e. 1 *m* Durchmesser?

87) Desgleichen:

auf Centimeter genau: a. 17,34 *m* Durchmesser,
" " " b. 5,857 *m* "
auf Meter genau: c. 24,836 *km* "
" " " d. 0,729 *km* "

88) Ein Rad hat einen Durchmesser von 1,6 *m* [0,85 *m*]; welchen Weg macht dasselbe in 45' [1*h* 18'] bei 150 [67] Umdrehungen in der Minute?

89) Eine Walze hat einen Durchmesser von 1,2 *m* [0,64 *m*] und eine Breite von 1,8 *m* [0,95 *m*]. Welches ist ihre Fläche?

XXIII. Division.

§ 88. Division durch eine ganze Zahl.

Man dividiert wie bei ganzen Zahlen, mit der höchsten Stelle des Dividenden beginnend; die einzelnen Teilquotienten haben dieselbe Ordnung wie die entsprechenden Stellen des Dividenden. Z. B.

98,56 : 4 = 14,64.	0,7362 : 9 = 0,0818.
46,5 : 31 = 1,5	5,62588 : 62 = 0,09074.
15,5	5,58
0	458
	434
	248
	248
	0

0,042126 : 118 = 0,000357
672
826
0

4,578 : 20
= 4,578 : 10 : 2
= 0,4578 : 2
= 0,2289.

---

§ **89.** Division durch einen Decimalbruch.

Man rücke im Dividenden und im Divisor das Komma soviele Stellen nach rechts, als der Divisor Decimalstellen hat.

Es wird dadurch der Dividend und ebenso der Divisor zehn-, hundert-, tausendfach genommen, was den Quotienten nicht verändert. Z. B.

3,175 : 2,5 = 31,75 : 25 = 1,27.
0,0288 : 0,12 = 2,88 : 12 = 0,24.
18 : 0,36 = 1800 : 36 = 50.

§ **90.** Geht die Division bei der letzten Stelle des Dividenden nicht auf, so kann man sich an den Dividenden beliebig viele Nullen angehängt denken und die Division fortsetzen.

Es ist möglich, daß durch diese fortgesetzte Division eine Stelle erreicht wird, bei welcher die Division aufgeht; im allgemeinen ist dies jedoch nicht der Fall.

Z. B. 2,7 : 1,25 = 270 : 125 = 2,16.
250
200
125
750
750
0

0,94 : 16 = 0,05875.

1,7 : 3 = 0,4333 .... 4,3 : 21 = 0,2047 .....

In letzterem Falle setzt man die Division bis zu der Stelle fort, welche der Zweck der Rechnung erfordert.

Z. B. 154 ℳ : 13 = 11,85 ℳ.

Die letzte Stelle wird abgerundet (hier 13 in 60 geht näher 5 als 4 mal).

§ **91.** Die abgekürzte Division von Decimalbrüchen besteht einfach darin, daß man statt vom Dividenden eine weitere Stelle herunterzunehmen, vom Divisor eine Stelle streicht. Die beim Dividenden wegfallende Stelle ist zu berücksichtigen und ferner ist das aus der gestrichenen Stelle des Divisors erhaltene Teilprodukt wie bei der Multiplikation mit einzuzählen.

Der Beginn der Abkürzung steht im Belieben des Rechners. Man beachte jedoch, daß der Divisor bei diesem Verfahren immer mehr schwindet, und daß man auch mit demselben auf die geforderte Anzahl von Stellen ausreiche.

Z. B. 19,5486 : 0,47361 auf drei Decimalen
= 1 954860 : 47361 = 41,276.

```
 189444
 ------
  60420
  47361
  -----
  13059
   9472        2 · 1 = 2, zählt 0.
  -----
   3587
   3315        7 · 6 = 42,  „   40.
  -----
    272
```

(47 in 272 geht mehr 6 als 5 mal.)

---

§ 92. Man beachte:

26 : 1,3 = 20. 28 : 0,7 = 40.

Die Division durch einen unechten Decimalbruch vermindert; die Division durch einen echten Decimalbruch vermehrt.

Übung.

1) [17]) a. 14,7 : 3	b. 0,85 : 5	c. 0,534 : 6
d. 5,292 : 7	e. 0,912 : 8	f. 57,84 : 12
g. 139,5 : 15	h. 0,096 : 16	i. 0,085 : 17
k. 3,132 : 18	l. 513,04 : 22	m. 0,09275 : 25
n. 725,4 : 31	o. 0,999 : 37	p. 6421,05 : 45
q. 31,2096 : 48	r. 2,088 : 72	s. 65,3048 : 88
2) [17]) a. 89,53 : 20	b. 1647 : 30	c. 37,64 : 400
d. 134,05 : 500	e. 4134 : 6000	f. 76,3 : 700
g. 39,112 : 8000	h. 819 : 90	i. 1430 : 1100
k. 5,004 : 12000	l. 1102,5 : 150	m. 32 : 16000
3) [17]) a. 56 : 0,2	b. 35,7 : 0,3	c. 11,96 : 0,04
d. 37 : 0,5	e. 4,32 : 0,6	f. 1,645 : 0,07
g. 742 : 0,08	h. 112,5 : 0,009	i. 46,332 : 1,1
k. 9204 : 1,2	l. 0,07371 : 0,13	m. 0,02044 : 0,14
n. 252,3 : 0,015	o. 7,152 : 1,6	p. 27 : 0,0018
q. 69 : 0,024	r. 2100 : 0,48	s. 9482 : 0,00064.

4) [17]) Dividiere:

a. 1179,3285 durch 1305.	b. 3593,736 durch 57.
c. 18840,87642 durch 94060.	d. 171676,4224 durch 1 009600
e. 2,450856 durch 6007.	f. 20,17418 durch 5006.

5) [17]) Dividiere:

a. 4,66158 durch 1,54.
b. 938,1736 durch 95,732.
c. 1,277646 durch 29,17.
d. 14,767354 durch 361,06.
e. 428,025568 durch 408,032.
f. 6,05262912 durch 0,0807.
g. 0,0552363 durch 0,907.
h. 0,00012653084 d. 0,003046.
i. 0,113491 durch 0,00000523.
k. 810,981 durch 0,12924.
l. 3,904 durch 0,00512.
m. 1802385,756 durch 450,36.

6) [17]) a. 51 : 2 b. 0,67 : 4 c. 2,13 : 5
d. 13,5 : 0,6 e. 19,3 : 0,08 f. 4,17 : 12
g. 6,37 : 1,4 h. 0,234 : 0,015 i. 3 : 16
k. 0,7002 : 0,018 l. 94,7 : 20 m. 31,5 : 24
n. 0,319 : 2,5 o. 26,25 : 30 p. 1 : 0,32
q. 8,35 : 40 r. 119 : 50 s. 1 : 6,4
t. 0,3 : 0,125 u. 3,5 : 0,0128 v. 0,33 : 0,704.

7) a. 5 : 3 b. 17 : 9 c. 0,2 : 7
d. 5,71 : 1,1 e. 0,49 : 1,2 f. 0,037 : 0,15
g. 0,11 : 18 h. 1,9 : 30 i. 5,63 : 0,28
k. 13,8 : 0,035 l. 0,5 : 0,37 m. 26,9 : 0,052
n. 23 : 410 o. 3,8 : 0,074 p. 4,9 : 1700.

8) Dividiere:

a. 27,91 durch 0,2791.
b. 508 durch 5,08.
c. 3,74 „ 3740.
d. 0,0509 „ 509.
e. 6 „ 0,01.
f. 0,4 „ 0,001.

9) [17]) Wie oft ist die Zahl 7,54 [0,25] in der Zahl 8,294 [17] enthalten?

10) [17]) Suche den 6 [37, 1,9, 0,5]ten Teil von 0,1944 [2,96, 0,19, 28].

11) [17]) Der wievielte Teil von 3,8 [15,036, 0,7] ist 1,9 [240, 8]?

12) [17]) Was erhält man, wenn man 4,41 [0,206] mit 100 [1000] multipliziert und durch 49 [16] dividiert?

13) [17]) Mit welcher Zahl muß man 47,6 [19, 0,35] multiplizieren, um 52,36 [17,1, 0,14] zu erhalten?

14) [17]) a. 27,39 *m* : 3 b. 18,5 *qm* : 8. c. 5,7 *cbm* : 12
d. 0,93 *kg* : 15 e. 31 *M* : 25 f. 117 *fl* : 36
g. 23,7 *km* : 0,5 h. 2,16 *ha* : 0,09 i. 97,35 *l* : 1,1
k. 87 *g* : 0,12 l. 7 *t* : 0,16 m. 147 *M* : 0,48
n. 21 *m* : 375 o. 2170 *qm* : 2,24 p. 5,55 *hl* : 0,185
q. 275,655 *kg* : 8,17 r. 1244,99 *M* : 5413 s. 521,73 *fl* : 306,9.

15) [17]) a. 273 *m* : 2 *m* b. 5,22 *km* : 9 *m*
c. 2,73 *qm* : 7 *qcm* d. 19,04 *ha* : 16 *qm*

e. 165 *cbm* : 88 *l* f. 1,69 *kg* : 325 *g*
g. 82,35 ℳ : 0,24 ℳ h. 17 *fl* : 1,25 *fl*
i. 702 *fr* : 0,72 *fr* k. 27,016 *m* : 3,2 *m*
l. 9,303 *km* : 0,21 *km* m. 64,05 *ha* : 4,8 *qm*
n. 0,5211 *a* : 0,36 *qm* o. 1016,279 *hl* : 2,75 *hl*
p. 19,0368 *cbm* : 1,44 *l* q. 0,1659 *kg* : 0,96 *g*
r. 34,027 *t* : 6,25 *t* s. 3927 ℳ : 0,85 ℳ
t. 6347 ℳ : 0,44 ℳ u. 285 *fl* : 3,75 *fl*
v. 8018 *fr* : 21,10 *fr*.

16) Dividiere:

a. 31 *m* durch 17 b. 5,16 *ha* durch 27
c. 7,84 *l* „ 3,9 d. 1 *t* „ 23
e. 1700 ℳ „ 4,5 f. 9,46 *fl* „ 0,35
g. 48,6 *m* „ 13 *cm* h. 24,3 *ha* „ 7 *qm*
i. 15,4 *hl* „ 0,18 *l* k. 23,6 *kg* „ 147 *g*
l. 137 ℳ „ 5,04 ℳ m. 37,85 *fr* „ 0,95 *fr*.

17) Dividiere:

a. 17,419 durch 9,5436 (auf 3 Dec.).
b. 27,0312 durch 0,5601 (auf 3 Dec.).
c. 8,0231 durch 19,4756 (auf 4 Dec.).
d. 0,190567 8 durch 49,03656 (auf 4 Dec.).
e. 0,009194 durch 0,001847 (auf 3 Dec.).
f 9,66237 durch 9,241 (auf 3 Dec.).
g. 2,541438 7 durch 1,1652 (auf 5 Dec.).
h 0,004316 47 durch 0,1062 (auf 5 Dec.).
i. 15,36 durch 9,203647 (auf 5 Dec.).
k. 0,087 durch 5,321438 5 (auf 5 Dec.).
l. 940,7 durch 0,851 (auf 0 Dec.).
m. 15387 durch 0,721 (auf 0 Dec.).

---

18)[17] Es kauft jemand 1600 Stück Citronen [2700 Stück Orangen] um 176 ℳ [324 ℳ], wie teuer war das Stück?

19)[17] Ein Händler kaufte 427 *kg* Obst [485 *kg* Oel] um 307,44 ℳ [426,80 ℳ]; wie teuer war das Kilogramm?

20)[17] 0,37 *kg* [1,45 *kg*] Chinin kosten 555 ℳ [870 *fr*]; was kostet das Gramm?

21)[17] Wie groß ist der Umfang eines Wagenrades, das auf einem Weg von 40,11 *km* [7,6095 *km*] 19100 [2850] Umdrehungen macht?

22)[17]) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Sturmwind, der in 35′ [27′ 12″] einen Weg von 81,9 *km* [13,872 *km*] zurücklegt?

23)[17]) Ein Bauplatz von 257,8 *qm* [32 *a*] wurde um 29389,20 ℳ [259000 ℳ] verkauft. Wie teuer war das Quadratmeter?

24)[17]) Ein Schnitter will ein Feld von 8,67 *ha* [1,131 *ha*] in 25,5 [2,9] Tagesarbeiten vollenden; wie viel muß er an einem Tag fertig bringen?

25)[17]) Ein Dampfkessel von 5,67 *hl* [3 *cbm*] Inhalt wird durch eine Pumpe in 32,4′ [1^h 36′] gefüllt; wie viel liefert die Pumpe in der Minute?

26)[17]) Ein Wald von 187,5 *ha* [4,8 *qkm*] lieferte einen Holzertrag von 712,5 *cbm* [1230 *cbm*]; welches war der Ertrag von einem Hektar?

27)[17]) Eine Ladung von 4,5 *t* [3,6 *t*, 0,7 *t*] Getreide wird um 648 ℳ [416,70 ℳ, 98 ℳ] verkauft; was war der Preis von einer Tonne Getreide?

28)[17]) Bei einer Telegraphenleitung von 26,6 *km* [37,2 *km*] Länge sollen die Stangen immer 17,5 *m* [18,75 *m*] von einander entfernt sein; wie viel Stangen sind notwendig?

29)[17]) Wie lange braucht ein Schiff [Reiter], um einen Weg von 492,966 *km* [35 *km*] zurückzulegen bei einer Geschwindigkeit von 4,05 *m* [5,6 *m*]?

30)[17]) Wie viel Personen haben auf einem Feld von 14,3 *a* [0,175 *ha*] Platz, wenn auf eine Person 1,25 *qm* [2,8 *qm*] gerechnet wird?

31)[17]) Ein Fußboden von 7,08 *qm* [6,66 *qm*] soll mit Mosaik belegt werden; wie viel Steinchen zu 0,64 *qcm* [7,4 *qcm*] sind hiezu notwendig?

32)[17]) Ein Gemeindewald von 74,6 *ha* [71,91 *ha*] soll in Anteile zerlegt werden, so daß jeder Teil 62,5 *a* [15,3 *a*] beträgt. Wie viel Anteile werden es?

33)[17]) Wieviel Tagmärsche zu 36 *km* [32,5 *km*] sind notwendig, um einen Weg von 2553,48 *km* [533 *km*] zurückzulegen?

34)[17]) Ein Schlafsaal hat 1104,5 *cbm* [1674 *cbm*]. Wie viel Zöglinge haben darin Platz, wenn ein jeder 23,5 *cbm* [21,6 *cbm*] Luft bedarf?

35)[17]) Wie lange reicht man mit einem Holzvorrat von 86,7 *cbm* [21,3 *cbm*], wenn man täglich 0,15 *cbm* [0,75 *cbm*] braucht?

36)[17]) Wie viel Flaschen geben 36,9 *hl* [43,7 *l*] Wein, wenn in die Flasche 0,8 *l* [0,76 *l*] gefüllt werden?

37)[17]) Wie viele Kugeln lassen sich aus 75,3 *kg* [8 *kg*] Eisen gießen, wenn eine Kugel 2,51 *g* [12,8 *g*] wiegen soll?

38)[17]) Eine Summe von 60045 ℳ [171 ℳ] soll in Anteile von 24 ℳ [0,19 ℳ] zerlegt werden. Wie viele solcher Anteile werden es?

39)[17]) Eine Lieferung Tuch kostet im Ganzen 27000 ℳ [3920,56 ℳ], das Meter zu 3,2 ℳ [5,6 ℳ]. Wie viel Tuch ist es?

---

40) Berechne:

a. $7{,}6 \cdot 3 : 1{,}9$. b. $0{,}54 : 1{,}8 \cdot 2{,}6 : 0{,}13$.

c. $56 : 0{,}49 \cdot 1{,}47 : 0{,}8$.

d. $2{,}4 : 0{,}37 \cdot 1{,}35 \cdot 0{,}72 : 0{,}15 \cdot 3{,}7$.

e. $12{,}1 : (7{,}7 : 0{,}7)$. f. $45{,}09 : (0{,}72 : 2{,}4)$.

g. $85 : (0{,}31 : 3{,}1 \cdot 0{,}68 : 8)$.

h. $7{,}4 : \big(0{,}111 : (7{,}5 : 0{,}25)\big)$.

i. $44 \cdot \big(1{,}71 : (0{,}36 : 4{,}5)\big) : \big((0{,}57 : 0{,}03) \cdot (0{,}77 : 7)\big)$.

41) Berechne:

a. $7{,}6 : 3{,}8 + 0{,}18 : 0{,}9$. b. $16{,}24 : 0{,}8 - 0{,}54 : 0{,}06$.

c. $147{,}35 : 35 - 2{,}107 : 1{,}12$. d. $19{,}2 - 1{,}44 : 0{,}12$.

e. $5{,}03 \cdot 1{,}6 + 2{,}075 : 0{,}25 - 0{,}46354 : 0{,}88$.

f. $27{,}6 : 0{,}48 - 0{,}92 : 1{,}15 + 40 : 25$.

g. $0{,}0124 : 3{,}1 + 2{,}036 : 0{,}1 - 0{,}49 \cdot 2{,}3$.

42) Berechne:

a. $(5{,}4 + 0{,}6) : (2{,}7 - 0{,}3)$. b. $(0{,}36 + 7{,}3) : (2{,}8 + 0{,}4)$.

c. $(19{,}47 - 14{,}521) : (1{,}27 + 1{,}23)$. d. $5{,}092 : (1 - 0{,}33)$.

e. $1 : (0{,}736 - 0{,}611)$. f. $(0{,}7 + 41{,}36) : 0{,}24$.

g. $(19{,}27 : 0{,}5 + 2{,}11 \cdot 0{,}21 - 16{,}87 : 5) : 2{,}5$.

h. $(480{,}54 : 6 - 80 \cdot 0{,}9 - 9{,}1448 : 2{,}3) : (19{,}5 : 3{,}9 - 1{,}8 \cdot 0{,}7)$.[78])

43) Berechne:

a. $(17{,}43 + 15{,}03) : 5 + (0{,}29 + 16{,}47) : 10 - (9{,}26 + 4{,}3) : 80$.

b. $(6{,}53 + 4{,}57) : 0{,}37 - (0{,}495 + 0{,}975) : 4{,}9$.

c. $31{,}22 : \big(0{,}49 + 4{,}81 - (2{,}57 - 1{,}24) : (20 - 1) - (6 - 0{,}9) : 1{,}7\big)$.[79])

d. $(11{,}715 - 3{,}565) : (14{,}037 + 2{,}263) + (14{,}27 + 2{,}03) : (40 - 7{,}4)$.[80])

e. $(36 - 33{,}3) \cdot (4 - 0{,}5) : (0{,}4736 + 0{,}4264) : (4 + 3)$.[81])

f. $(1 - 0{,}4) : (0{,}8 \cdot 0{,}3) \cdot (7 : 14) + (6{,}41 + 1{,}01) : (8{,}54 - 4{,}83)$.[82])

44) Berechne:

a. $15{,}48 - \big[(14{,}278 + 2{,}1) : 17{,}24 - (3{,}12 - 0{,}9355) : 2{,}57\big] \cdot (116{,}2 + 23{,}1)$.[83])

b. $\big[(5{,}67 - 1{,}37)\cdot(2{,}87 - 1{,}96) - (3000 + 1713{,}87):2100\big]$
$:(1{,}71\cdot 0{,}84 - 766{,}4:1000) + (9{,}6218 - 16{,}3\cdot 0{,}53)$.
$:(15{,}34 - 15{,}06) - (23{,}1 + 2{,}8):(27{,}36 - 1{,}46)$.[84])

c. $\big[(3{,}2719 - 1{,}6234):0{,}03 - (10 - 3):(1 - 0{,}3)\cdot(2{,}1 - 0{,}9)$
$+ (0{,}5\cdot 6 - 0{,}4)\cdot(0{,}433 + 0{,}267)\big] : \Big[\big(12:(0{,}1+0{,}2)$
$- (3 - 1{,}74):0{,}07\big):(30\cdot 0{,}7 - 1{,}9:1{,}9)\Big] + 1{,}46:0{,}2$.[85])

d. $\big((20:40 + 1517:151700):(0{,}2\cdot 3 - 0{,}3) + (0{,}2 - 0{,}03)$
$:(1 - 0{,}83)\big)\cdot\big((16 - 2{,}2):2{,}3 - 0{,}2\cdot(16{,}87 - 16{,}47)\big)$
$- (18{,}56 - 5{,}86)\cdot(27{,}3:91 + 0{,}46:4{,}6)$.[86])

e. $\big(3{,}5:0{,}5 - 1)\cdot(1 - 2\cdot 0{,}3) - (12:2 - 0{,}3):(5\cdot 4 - 4:4)\big)$
$:\big((2\cdot 0{,}2 + 2:5)\cdot(13:130 + 9{,}1:91) + (2 - 9{,}1:7)$
$\cdot(4{,}5:0{,}5 - 11\cdot 0{,}8)\big) + \big((242:5 + 1{,}1\cdot 3)$
$:(0{,}3\cdot 150 + 2) + (25 - 2):(21 + 2)\big) : \big((5 + 12:30)$
$:(27:0{,}9 - 3) + (3:0{,}6 - 0{,}01:0{,}01):(6\cdot 1{,}5$
$- 4\cdot 0{,}25)\big)$.[87])

f. $\Big[\big((0{,}5 - 0{,}1):(0{,}73 - 0{,}53) - (4 - 0{,}04)\cdot(1{,}8 - 1{,}6)\big)$
$:\big((8{,}15 - 2{,}15):(73{,}2 - 68{,}2) - (6{,}3 + 0{,}7):(20 - 2{,}5)\big)$
$+ \big((27{,}26 + 2{,}74)\cdot(0{,}19 - 0{,}16) - (3{,}475 - 1{,}237)$
$:(2 + 1)\big):\big((1 - 0{,}706):(0{,}271 + 0{,}429) + (2 - 1{,}825)$
$:(0{,}31 + 0{,}19)\big)\Big] : \Big[(5:2{,}5\cdot 0{,}8\cdot 5)\cdot(0{,}17:0{,}34)$
$\cdot(1{,}1:4{,}4) - 0{,}143\cdot(3 - 2):(0{,}22:0{,}2):\big((3{,}9\cdot 0{,}5)$
$:(0{,}3\cdot 5)\big)\Big] + 0{,}017:0{,}17$.[88])

45) Berechne die Summe der Quotienten aus*) 17,56 und 1,6 [5,187 und 27,3] einerseits, 24,09 und 4,8 [0,1081 und 0,47] andererseits.

46) Um wie viel ist der 7^{te} $[1{,}8]^{\text{te}}$ Teil von 0,77 [9,72] von dem 11^{ten} $[0{,}6]^{\text{ten}}$ Teil von 2,42 [1,572] verschieden?

47) Wie oft ist der Unterschied zwischen 1,17 und 2,67 [1,54 und 1,22] in der Summe aus 7,6 und 0,17 [0,16 und 0,15] enthalten?

48) Wie viel mal größer ist die Summe der Produkte aus 1,7 und 2,3 5,6 und 0,9 [0,4 und 3,7, 2,96 und 0,25[89])] als der Unterschied der Quotienten aus*) 0,63 und 0,21, 3,76 und 0,47 [36,078 und 2,1, 4,89 und 0,5]?

---

*) Bei „Quotient aus" ist die vorausgehende Zahl als Dividend zu denken.

49) Was ist der Unterschied zwischen der 1,5 fachen Differenz der Zahlen 0,12 und 0,09 [7,1 und 4,786[90])] und dem 1,1ten Teil der Summe aus 0,44 und 0,99 [1,3285 und 2,4896]?

50) Man soll den 2,5ten Teil des Unterschiedes zwischen 17,6 und 12,7 nebst der 0,9fachen Summe aus 1,17 und 2,23 durch eine Zahl dividieren, welche um den fünften Teil von 2 größer ist als 6.

51) Teile die Zahl 28 [141,6, 0,7] so in zwei Teile, daß der eine um 2,2 [7,4, 0,19] größer wird als der andere.

52) Die Zahl 64,5 [24,3[91])] in fünf Teile zu teilen, daß jeder folgende um 0,6 [1,93] größer wird als der vorausgehende.

53) Wenn ein Rad auf einer Strecke von 9 *km* 5000 Umdrehungen macht, wie viel Umdrehungen macht ein Rad, dessen Umfang um 0,2 *m* kleiner ist?

54)[92]) An einer Straße von 3636,6 *m* Länge sollen in Entfernungen von 5,8 *m* Bäume gepflanzt werden. In welcher Entfernung sind die Bäume zu setzen, wenn man 27 Bäume weniger anbringen will?

55) Ein Gut von 465,92 *ha* [98 *ha*[93])] soll unter fünf Personen so verteilt werden, daß der fünfte ebenso viel erhalte als die vier anderen zusammen, der zweite den 0,2fachen Anteil des fünften, der erste 8,268 *ha* [1,4 *ha*] mehr, der dritte 7,822 *ha* [1,8 *ha*] weniger als der zweite erhalte. Wie viel erhält jeder?

56)[94]) Ein Wasserbehälter hält 175,5 *cbm* und wird durch drei Röhren gefüllt, wovon die erste in der Minute 0,45 *hl*, die zweite 0,6 *hl*, die dritte 0,42 *hl* liefert. Wenn nun die erste 1^h 30', die dritte 2^h 30' geöffnet ist, wie lange muß die zweite geöffnet sein, um den Behälter zu füllen?

57)[95]) Um 6 Uhr morgens geht ein Bote ab und macht stündlich 12,5 *km*. Um 7 Uhr 54' wird ihm ein anderer nachgeschickt, welcher den ersteren nach $7{,}6^h$ einholen soll. Welchen Weg muß der letztere in der Stunde machen?

58)[96]) Zwei Freunde *A* und *B* reisen einander auf einer 170 *km* betragenden Strecke entgegen: *A* reist morgens 7 Uhr ab, *B* schon $1{,}7^h$ früher. Welchen Weg muß jeder der Freunde in der Stunde machen, wenn sie $8{,}5^h$ nach dem Abgange des *A* in einem Orte eintreffen wollen, dessen Entfernung von dem Orte *B* 6 Zehntel des ganzen Weges beträgt?

59)[97]) Ein Platindrat von 12,5 *m* Länge wiegt 210 *g*, ein Golddrat von 24 *m* Länge 249,6 *g*. Um wie viel ist das Meter Plantindrat schwerer als das Meter Golddrat?

60) Eine Summe von 271 ℳ [86,92 ℳ[98])] ist unter vier Personen auf folgende Weise zu verteilen: Die erste erhält so viel als die drei andern zusammen, die zweite erhält so viel als

die dritte und vierte zusammen, die dritte erhält 7,75 ℳ [1,73 ℳ] mehr als die vierte. Wie viel erhält jede Person?

---

61) Verwandle:
a. 500 *m* in bair. Fuß (auf 2 Dec.).
b. 74,68 *m* „ par. „ („ 2 „).
c. 0,935 *m* „ preuß. „ („ 3 „).
d. 100 *km* „ geogr. Meilen („ 3 „).
e. 720 ℳ „ süddeutsche Gulden (auf 2 Dec.).
f. 952,17 ℳ „ „ „ („ 2 „).
(Anmerkung Seite 114).

62) Ein Seil von 40,71 *m* [13,825 *m*] Länge hat ein Gewicht von 36,57 *kg* [20 *kg*]; was wiegt ein Meter Seil? (auf Gramm genau).

63) Ein Bauplatz von 7,86 *a* [0,4376 *ha*] wird um 15954,36 ℳ [300000 ℳ] gekauft; was kostet das Quadratmeter (auf Pfennig genau)?

64) Zu II, 11 und XIII, 16. a. Dichtigkeit der Bevölkerung in den acht Kreisen Baierns, d. h. Einwohnerzahl auf das Quadratkilometer? (auf 2 Dec.). b. desgleichen für das ganze Königreich?

65) Im Königreich Bayern betragen die direkten Steuern für das Jahr 1884 25607510 ℳ. Wieviel trifft auf den Kopf der Bevölkerung? (Einwohnerzahl 5284778). (auf 3 Dec.).

66) Auf 154,6 *km* [260 *km*] Entfernung und für 10 *t* [8,54 *t*] Last beträgt die Fracht 98,53 ℳ [165,97 ℳ]. Welches ist die Fracht auf eine Tonne und ein Kilometer? (auf 3 Dec.).

---

67)[17]) Berechne den Rauminhalt von
a. 96 *g* Korkholz.
b. 95 *kg* Eichenholz.
c. 29,82 *kg* Marmor.
d. 2,686 *kg* Weingeist.
e. 2662,2 *g* Terpentin
f. 115 *t* Eis.
g. 9,7371 *kg* Silber.
h. 17,794 *g* Platin.
i. 2,1744 *kg* Quecksilber.
k. 9,1 *kg* Luft.
(Anmerkung Seite 114).

68)[17]) Welches Volumen hat eine Billardkugel von 0,1337 *kg* [0,2483 *kg*] Gewicht?

69)[99]) Welcher Volumenunterschied ist zwischen 773,72 *g* Messing und 814,2 *g* Kupfer?

70)[17]) Ein Diamant hat bei einem Volumen von 0,6 *ccm* [0,25 *ccm*] ein Gewicht von 2,13 *g* [0,62 *g*]. Was ist dessen specifisches Gewicht?

71)[17]) 15 *l* [64 *l*] Leinöl wiegen 14,1 *kg* [56 *kg*]. Was ist das specifische Gewicht des Leinöls?

72) Berechne den Rauminhalt von
a. 15064,8 *kg* Meerwasser (auf Liter genau),
b. 4305,4 *kg* Gußeisen („ „ „),
c. 19,5407 *kg* Quecksilber („ Kubikcentimeter genau),
d. 159,56 *g* Silber („ „ „),
e. 4,9378 *g* Gold (auf Zehntel-Kubikcentimeter „),
(Anmerkung Seite 114).

73) Welchen Raum nehmen 8,7 *t* Sandstein [1 *t* Luft] ein? (auf Liter genau).

74) Welches ist das specifische Gewicht eines Körpers, welcher
a. bei 7,684 *l* Rauminhalt 14,22 *kg* wiegt,
b. „ 12,1954 *l* „ 9,057 *kg* „ ,
c. „ 0,897 *l* „ 1043,6 *g* „ ,
d. „ 13,57 *ccm* „ 65,93 *g* „ ?

---

75)[17]) Ein Silberarbeiter legiert 45,9 *g* [62,4 *g*] Silber mit 5,1 *g* [20,8 *g*] Kupfer. Was ist der Feingehalt der Legierung? (Vergl. Anm. Seite 115).

76)[17]) Ein Goldstück von 25 *g* [4,8 *g*] Gewicht enthält 3,6 *g* [1,2 *g*] Kupfer. Was ist sein Feingehalt?

77) Ein Goldstück wiegt 8,675 *g* [24,936 *g*] und enthält 7,543 *g* [17,648 *g*] Feingold. Welches ist der Feingehalt? (3 Dec.).

78) In 65,8 *l* [3,65 *hl*] Weingeist befinden sich 47,19 *l* [82,17 *hl*] reiner Weingeist. Welches ist der Feingehalt? (auf 2 Dec.).

---

79)[17]) Um den Boden eines Saales, der 36 *m* lang und 28,7 *m* breit ist, mit Brettern zu belegen, sollen Bretter von 2,8 *m* Länge und 0,9 *m* Breite verwendet werden. Wie viele Bretter sind notwendig?

80)[17]) Es soll eine Mauer aufgeführt werden, welche 91 *m* lang, 4,2 *m* hoch und 1,8 *m* dick ist. Wie viele Ziegelsteine sind zu derselben erforderlich, wenn ein Ziegelstein mit Einrechnung der Fugen 17,5 *cm* lang, 11,7 *cm* breit und 8 *cm* dick ist?

---

81)[17]) Welches ist der Durchmesser eines Kreises dessen Umfang
a. 12,56 *m* b. 8,164 *m* c. 291,078 *cm*
d. 9,6712 *km* e. 4,71 *km*.
(Anmerkung Seite 117.)

82) Desgleichen:

a. 10 m Umfang (auf Millimeter genau)
b. 26,85 m „ („ „ „)
c. 48,53 m „ („ Centimeter „)
d. 15,4 km „ („ Meter „)

83) Eine Walze hat einen Umfang von 78,5 cm[17]) [65,7 cm]; welches ist ihr Durchmesser?

84) Ein kreisförmiger See hat einen Umfang von 5,652 km[17]) [4 km]; welches ist sein Durchmesser?

XXIV. Gemeine und Decimalbrüche.

§ 93. Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen Decimalbruch.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} = 0{,}6 \quad \text{oder } \frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6$$

$$\frac{7}{4} = \frac{7 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{175}{100} = 1{,}75 \quad \text{oder } \frac{7}{4} = 7 : 4 = 1{,}75.$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{625}{1000} = 0{,}625 \quad \text{oder } \frac{5}{8} = 5 : 8 = 0{,}625.$$

§ 94. Hiezu ist folgendes zu bemerken (vergl. § 90):

1) Ein gemeiner Bruch stellt sich als Decimalbruch in geschlossener Form dar, wenn der Nenner des Bruches ein Teiler von 10, 100 oder 1000 u. s. w. ist.

Dieses ist aber der Fall, wenn der Nenner nur die Primfaktoren 2 oder 5 enthält, also z. B. bei den Nennern: 2, 4, 5, 8, 10, 16 u. s. w.

Faktoren, welche Zähler und Nenner gemeinsam haben, bleiben außer Betracht, z. B. $\frac{9}{12} = 0{,}75$.

2) Enthält dagegen der Nenner noch andere Primfaktoren außer 2 und 5, so erscheint der Decimalbruch in unendlicher Form. Z. B.

$$\frac{2}{9} = 0{,}222 \ldots\ldots$$

Die Stellen eines solchen aus einem gemeinen Bruch erhaltenen unendlichen Decimalbruches bieten noch die Eigentümlichkeit, daß dieselben in einer bestimmten Aufeinanderfolge wiederkehren. Ist nämlich z. B. 7 der Nenner, so können nur die

Zahlen 1 bis 6 als Divisionsreste bleiben und es muß spätestens an der siebenten Stelle eine Wiederholung beginnen. Man heißt deshalb solche Decimalbrüche **periodisch** und die wiederkehrenden Stellen selbst **Periode**. Z. B.

$$\frac{1}{7} = 0{,}142857\ 142857 \ldots\ldots$$

§ 95. Verwandlung eines endlichen Decimalbruchs in einen gemeinen Bruch.

$$0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}. \qquad 1{,}456 = 1\frac{456}{1000} = 1\frac{57}{125}.$$

§ 96. Verwandlung eines unendlichen Decimalbruchs in einen gemeinen Bruch.

a) Man kürze den Decimalbruch auf die notwendig erscheinende Stellenzahl z. B.

$$3{,}14159 \ldots\ldots = 3{,}14 = 3\frac{14}{100} = 3\frac{7}{50}.$$

Hiedurch wird jedoch nur ein annäherndes Resultat erzielt.

b) Will man dagegen aus einem gegebenen periodischen Decimalbruch den gemeinen Bruch, aus dem er hervorging, wieder herstellen, so beachte man folgendes:

$$\frac{1}{9} = 0{,}11 \ldots, \quad \frac{1}{99} = 0{,}0101 \ldots, \quad \frac{1}{999} = 0{,}001001 \ldots$$

u. s. f.

Daher:

$$0{,}77 \ldots = \frac{7}{9}, \quad 0{,}7272 \ldots = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, \quad 0{,}043043 \ldots = \frac{43}{999}$$

Ebenso

$$0{,}46424642 \ldots = \frac{4642}{9999} = \frac{422}{909}.$$

Beginnt dagegen die Periode nicht unmittelbar nach dem Komma, so verfahre man wie in folgendem Beispiel:

$$0{,}25151 \ldots = 0{,}2 + 0{,}5151 \ldots : 10$$
$$= \frac{2}{10} + \frac{51}{990} = \frac{249}{990} = \frac{83}{330}.$$

Übung.

1) Gib von 1 bis 1000 die Nenner an, welche endliche Decimalbrüche ergeben.

2) Verwandle folgende gemeine Brüche in Decimalbrüche:

a. $\frac{1}{2}$. b. $\frac{3}{2}$. c. $\frac{17}{2}$. d. $4\frac{1}{2}$. e. $\frac{3}{4}$. f. $\frac{11}{4}$. g. $5\frac{1}{4}$.
h. $\frac{1}{5}$. i. $\frac{18}{5}$. k. $7\frac{4}{5}$. l. $\frac{7}{8}$. m. $\frac{9}{8}$. n. $5\frac{3}{8}$. o. $\frac{9}{10}$.
p. $\frac{17}{10}$. q. $\frac{5}{16}$. r. $\frac{11}{16}$. s. $\frac{23}{16}$. t. $6\frac{1}{16}$. u. $\frac{3}{20}$. v. $\frac{39}{20}$.
w $5\frac{1}{20}$. x. $\frac{7}{25}$. y. $\frac{124}{25}$.

3) Desgleichen:

a. $\frac{11}{32}$. b. $1\frac{19}{32}$. c. $\frac{17}{40}$. d. $\frac{51}{40}$. e. $\frac{21}{50}$. f. $\frac{101}{50}$. g. $\frac{1}{64}$.
h. $\frac{523}{64}$. i. $\frac{3}{80}$. k. $7\frac{3}{80}$. l. $\frac{47}{100}$. m. $\frac{19}{125}$. n. $\frac{512}{125}$.
o. $\frac{17}{128}$. p. $\frac{327}{160}$. q. $3\frac{49}{200}$. r. $1\frac{7}{250}$. s. $\frac{625}{256}$. t. $\frac{125}{512}$.
u. $\frac{256}{625}$. v. $\frac{3}{800}$. w. $\frac{27}{1000}$. x. $\frac{1}{1024}$. y. $\frac{5}{2096}$.

4) Desgleichen:

a. $\frac{3}{6}$. b. $\frac{39}{12}$. c. $\frac{28}{35}$. d. $1\frac{21}{70}$. e. $\frac{45}{48}$. f. $\frac{357}{175}$. g. $\frac{231}{352}$.
h. $4\frac{91}{520}$. i. $\frac{187}{850}$. k. $\frac{2375}{1216}$. l. $\frac{1653}{240}$. m. $\frac{1456}{875}$.

5) Desgleichen:

a. $\frac{1}{3}$. b. $\frac{5}{3}$. c. $1\frac{2}{3}$. d. $\frac{5}{6}$. e. $\frac{17}{6}$. f. $1\frac{1}{6}$. g. $\frac{11}{12}$.
h. $\frac{23}{15}$. i. $\frac{19}{75}$. k. $4\frac{17}{30}$. l. $5\frac{129}{300}$. m. $\frac{73}{24}$. n. $\frac{5}{9}$. o. $\frac{17}{18}$.
p. $\frac{67}{45}$. q. $1\frac{13}{36}$. r. $\frac{113}{225}$. s. $4\frac{71}{72}$. t. $\frac{10}{11}$. u. $5\frac{1}{22}$. v. $\frac{78}{33}$.
w. $\frac{145}{44}$. x. $\frac{92}{55}$. y. $\frac{37}{99}$.

6) Desgleichen:

a. $\frac{8}{27}$. b. $\frac{101}{54}$. c. $\frac{217}{108}$. d. $5\frac{43}{216}$. e. $\frac{49}{189}$. f. $\frac{143}{297}$.
g. $\frac{15}{37}$. h. $\frac{109}{185}$. i. $\frac{1024}{925}$. k. $3\frac{81}{296}$. l. $\frac{14}{111}$. m. $\frac{47}{222}$.

n. $\frac{1000}{333}$. o. $\frac{731}{666}$. p. $\frac{517}{888}$. q. $\frac{10000}{999}$. r. $\frac{1724}{4995}$. s. $\frac{343}{6993}$.

t. $\frac{29}{101}$. u. $\frac{137}{505}$. v. $\frac{1}{41}$. w. $\frac{117}{82}$. x. $\frac{47}{1025}$. y. $\frac{119}{328}$.

7) Desgleichen:

a. $\frac{1}{7}$. b. $\frac{5}{14}$. c. $\frac{53}{35}$. d. $\frac{113}{28}$. e. $1\frac{29}{175}$. f. $\frac{85}{119}$.

g. $\frac{3}{13}$. h. $\frac{17}{65}$. i. $1\frac{49}{52}$. k. $\frac{324}{325}$. l. $\frac{76}{247}$. m. $\frac{17}{104}$.

n. $\frac{24}{77}$. o. $\frac{25}{91}$. p. $\frac{100}{143}$. q. $\frac{9}{154}$. r. $\frac{27}{455}$. s. $\frac{67}{572}$.

t. $\frac{5}{17}$. u. $\frac{18}{19}$. v. $\frac{4}{23}$. w. $\frac{8}{85}$. x. $\frac{21}{38}$. y. $\frac{7}{115}$.

8) Verwandle folgende Decimalbrüche in gemeine Brüche:

a. 0,2 b. 0,14 c. 1,42 d. 7,66 e. 5,046
f. 0,5 g. 3,5 h. 4,15 i. 7,05 k. 8,0045
l. 0,12 m. 1,44 n. 3,076 o. 0,008 p. 1,424
q. 0,0112 r. 4,2096 s. 3,75 t. 0,025 u. 4,0575
v. 0,00352 w. 0,875 x. 4,1875 y. 0,0000128
z. 0,003125.

9) Desgleichen:

a. 0,479156 .. (auf 2 Dec.). b. 19,27145 ... (auf 2 Dec.).
c. 4,07214 ... („ 3 „). d. 0,062487 .. („ 4 „).
e. 0,32146 ... („ 3 „). f. 4,031152 ... („ 4 „).

10) Stelle für folgende periodische Decimalbrüche die gemeinen Brüche wieder her:

a. 0,66 ... b. 0,55 .... c. 9,99 ....
d. 0,27 27 ... e. 1,57 57 .... f. 0,027 027 ....
g. 4,037 037 ... h. 0,432 432 ... i. 6,135 135 ....
k. 0,074 074 ... l. 5,259 259 ... m. 0,0369 0369 ....
n. 0,1897 1897 ... o. 0,714285 714285 ....
p. 0,076923 076923 ....

11) Desgleichen:

a. 0,433 ... b. 0,9166 ... c. 7,79166 ....
d. 1,866 ... e. 0,1866 ... f. 0,563 63 ...
g. 0,9772 72 ... h. 0,0135 135 ... i. 9,27 153 153 ...
k. 0,390513 0513 ... l. 0,39 857142 857142 ....

12) a. $0{,}25 + 1\frac{1}{2}$. b. $9{,}04 - 2\frac{3}{25}$.

c. $2{,}75 - 1\frac{1}{25} + 3{,}08 - 2\frac{7}{50}$.

d. $4{,}96 - \left[0{,}44 - \left(\frac{3}{4} - 0{,}5\right)\right] + \left(2{,}55 - 1\frac{3}{40}\right)$.

e. $9\frac{3}{8} - \left[2{,}25 + \left(4\frac{3}{4} - 1{,}5\right)\right] - \left(2{,}5 + 1\frac{3}{10} + \frac{3}{40}\right)$.

f. $\frac{2}{3} + 0{,}33\ldots$ g. $1\frac{1}{3} - 0{,}44\ldots$

h. $1\frac{3}{11} + 0{,}45\,45\ldots - 0{,}36\,36\ldots + \frac{7}{11}$.

i. $9{,}066\ldots - \left(2\frac{2}{3} + 1{,}2\right) - \left(1{,}33\ldots + 2\frac{4}{5}\right)$[100].

13) a. $7{,}5 \cdot 2\frac{1}{5}$. b. $0{,}39 \cdot \frac{4}{13}$. c. $1\frac{5}{7} \cdot 3{,}5$. d. $5\frac{3}{8} \cdot 1{,}25$.

e. $1\frac{2}{55} \cdot 0{,}77$. f. $\frac{3}{50} \cdot 0{,}38$. g. $9\frac{1}{2} : 0{,}75$. h. $7{,}125 : 2\frac{3}{8}$.

i. $\dfrac{0{,}45}{1\frac{4}{5}}$. k. $\dfrac{3\frac{1}{2}}{1{,}75}$. l. $9{,}081 : 2\frac{1}{4}$. m. $3{,}24 : 5\frac{1}{7}$.

n. $4\frac{1}{5} \cdot 0{,}33\ldots$. o. $0{,}6363\ldots \cdot 1\frac{4}{7}$. p. $3\frac{1}{8} : 6{,}55\ldots$

q. $1{,}428571\,428571\ldots : 3\frac{3}{7}$.

14) a. $1{,}875 \cdot \frac{2}{9} \cdot 0{,}48$. b. $0{,}84 : 9\frac{3}{5} : 3\frac{8}{9} \cdot \frac{16}{27}$.

c. $\dfrac{0{,}99}{5\frac{5}{8}} \cdot \dfrac{3{,}9375}{0{,}033}$. d. $\dfrac{1{,}75}{2\frac{3}{26}} : \dfrac{4\frac{7}{8}}{1\frac{31}{35}}$.

e. $\dfrac{5{,}1}{1\frac{9}{16}} \cdot \dfrac{3\frac{3}{8}}{0{,}68} : \dfrac{9}{0{,}25}$[101]. f. $\dfrac{5{,}7}{1{,}05} : \dfrac{0{,}64}{1\frac{52}{95}} : \dfrac{\frac{16}{25}}{5{,}75} \cdot \dfrac{0{,}16}{4{,}6}$[102].

g. $\frac{0,4545\ldots}{1,875} \cdot \frac{8\frac{5}{9}}{1,6} : 0,11\ldots$[103]).

h. $\frac{0,233\ldots}{17\frac{1}{2}} \cdot \frac{3,5}{0,0833\ldots} : \frac{3\frac{3}{4}}{7,5}$[104]).

15) a. $0,56 \cdot 2\frac{3}{7} + 4,9 : 1\frac{2}{5} - 0,9 : 2\frac{1}{4}$.

b. $\frac{0,84 \cdot \frac{9}{35}}{0,18} + \frac{1\frac{3}{8} : 0,3125}{13,5}$.

c. $\left(17,5 \cdot \frac{1}{35} + 0,33\ldots \cdot 2,25\right) : \left(5,2 : 2\frac{1}{6} + 5\frac{1}{3} : 3,33\ldots\right)$[105]).

d. $\frac{1 : 0,0909\ldots + 5}{0,6} + \frac{4,75 : 2\frac{3}{8} + 0,44\ldots}{27\frac{1}{2} : 82,5 + 0,22\ldots}$

$\frac{9 + 1 : 0,142857\,142857\ldots}{4\frac{1}{4} : 1,7 + \frac{37,5}{3}}$[106]).

V. Kapitel.

Dreisatz und Proportion.

XXV. Dreisatz.

§ 97. Einfacher Dreisatz.

1. Beispiel: 24 *m* Tuch kosten 228 ℳ; was kosten 150 *m*?

Länge.	Preis.
24 *m*	228 ℳ
150 *m*	x

24 *m* kosten 228 ℳ; 1 *m* den 24ten Teil; 150 *m* 150 mal so viel.

$$x = 228\ \mathcal{M} : 24 \cdot 150$$
$$= 228\ \mathcal{M} \cdot \frac{150}{24} = 1425\ \mathcal{M}.$$

Oder: So oft 24 *m* so oft 228 ℳ.

2. Beispiel: Welchen Weg macht man in $7\frac{1}{2}^d$, wenn man in 3^d 80 *km* zurücklegt?

Zeit.	Weg.
$7\frac{1}{2}^d = \frac{15}{2}^d$	x *km*
$3^d = \frac{6}{2}^d$	80 *km*

In 6 halben Tagen macht man 80 *km*; in einem halben Tag den 6ten Teil; in 15 halben Tagen 15 mal so viel.

$$x = 80\ km \cdot \frac{15}{6} = 200\ km.$$

Oder: in 3 Tagen macht man 80 *km*; in einem Tag den 3ten Teil; in $7\frac{1}{2}$ Tagen $7\frac{1}{2}$ mal so viel.

$$x = 80\ km \cdot \frac{7\frac{1}{2}}{3} = 80\ km \cdot \frac{15}{2 \cdot 3} = 200\ km.$$

Oder: So oft 3 Tage, so oft 80 *km*.

3. Beispiel: Wie viel wiegen $10\frac{1}{5}$ *l* einer Flüssigkeit, wenn $6\frac{1}{4}$ *l* derselben Flüssigkeit 7,25 *kg* wiegen.

Menge.	Gewicht.
$10\frac{1}{5}\ l = \frac{204}{20}\ l$	x *kg*
$6\frac{1}{4}\ l = \frac{125}{20}\ l$	7,25 *kg*

125 Zwanzigstel-Liter wiegen 7,25 *kg*; ein Zwanzigstel Liter den 125ten Teil; 204 Zwanzigstel-Liter 204 mal so viel

$$x = 7{,}25\ kg \cdot \frac{204}{125} = 0{,}29\ kg \cdot \frac{204}{5} = 11{,}832\ kg.$$

Oder: $6\frac{1}{4}$ *l* wiegen 7,25 *kg*; 1 *l* wiegt den $6\frac{1}{4}$ten Teil; $10\frac{1}{5}$ *l* wiegen $10\frac{1}{5}$ mal so viel.

$$x = 7{,}25\ kg \cdot \frac{10\frac{1}{5}}{6\frac{1}{4}} = 7{,}25\ kg \cdot \frac{51 \cdot 4}{5 \cdot 25} = 11{,}832\ kg.$$

Oder: So oft $6\frac{1}{4}$ *l*, so oft 725 *kg*.

4. Beispiel: Wie lange brauchen zu einer Arbeit 24 Arbeiter, wenn zu derselben Arbeit 18 Arbeiter 16 Tage brauchen.

Zahl der Arbeiter.	Zeit.
18	16^d
24	x

18 Arbeiter brauchen 16^d; 1 Arbeiter braucht 18 mal so lang; 24 Arbeiter brauchen den 24ten Teil.

$$x = 16^d \cdot \frac{18}{24} = 12^d.$$

§ 98. Zusammengesetzter Dreisatz. Man zerlegt sich denselben in zwei oder mehrere einfache Dreisätze.

1. Beispiel: 24 *m* Tuch bei 1,5 *m* Breite kosten 228 *ℳ*; was kosten 150 *m* Tuch bei 1,2 *m* Breite?

Länge.	Breite.	Preis.
24 *m*	1,5 *m*	228 *ℳ*
150 *m*	1,2 *m*	x

a. 24 *m* kosten 228 *ℳ*; 1 *m* den 24ten Teil; 150 *m* 150 mal so viel.

b. Bei 15 Decimeter Breite 228 *ℳ*; bei einem Decimeter Breite den 15ten Teil; bei 12 Decimeter Breite 12 mal so viel.

$$x = 228\ ℳ \cdot \frac{150}{24} \cdot \frac{12}{15} = 1140\ ℳ.$$

2. Beispiel: Wie lange brauchen 24 Arbeiter um 560 Stücke einer Ware zu vollenden, wenn 350 Stücke von 18 Arbeitern in 16 Tagen gefertigt werden?

Zahl der Arbeiter.	Zahl der Stücke.	Zeit.
24	560	x^d
18	350	16^d

a. 18 Arbeiter brauchen 16^d; ein Arbeiter braucht 18 mal so lang; 24 Arbeiter brauchen den 24ten Teil.

b. Zu 350 Stücken braucht man 16 Tage; zu einem Stück den 350ten Teil; zu 560 Stücken 560 mal so viel.

$$x = 16^d \cdot \frac{18}{24} \cdot \frac{560}{350} = 19{,}2^d.$$

Übung.

Einfacher Dreisatz.

1) 4 *m* Tuch kosten 28 *ℳ*; was kosten **a.** 8 *m*, **b.** 12 *m* **c.** 28 *m*, **d.** 6 *m*, **e.** 22 *m*, **f.** 39 *m*, **g.** 2 *m*, **h.** 3 *m*?

2) 5 *m* Seide kosten 30 *ℳ*; was kosten **a.** 20 *m*, **b.** 25 *m*, **c.** 55 *m*, **d.** 7 *m*, **e.** 18 *m*, **f.** 4 *m*, **g.** 2 *m*?

3) 8 *a* Feld kosten 72 *ℳ*; was kosten **a.** 32 *a*, **b.** 56 *a*, **c.** 10 *ha*, **d.** 36 *a*, **e.** 18 *a*, **f.** 25 *a*, **g.** 29 *a*, **h.** 4 *a*, **i.** 6 *a*, **k.** 5 *a*?

4) 12 *cbm* Holz kosten 84 ℳ; was kosten a. 60 *cbm*, b. 96 *cbm*, c. 54 *cbm*, d. 21 *cbm*, e. 32 *cbm*, f. 14 *cbm*, g. 6 *cbm*, h. 8 *cbm*, i. 9 *cbm*, k. 10 *cbm*, l. 13 *cbm*, m. 7 *cbm*?

5) 20 *kg* Kaffee kosten 60 ℳ; was kosten a. 60 *kg*, b. 100 *kg*, c. 30 *kg*, d. 45 *kg*, e. 24 *kg*, f. 46 *kg*, g. 10 *kg*, h. 15 *kg*, i. 12 *kg*, k. 17 *kg*, l. 57 *kg*?

---

6) 6 *m* Draht wiegen 4 *kg*; was wiegen a. 12 *m*, b. 42 *m*, c. 21 *m*, d. 27 *m*, e. 62 *m*, f. 53 *m*, g. 3 *m*, h. 4 *m*?

7) 24 *l* Oel wiegen 18 *kg*; was wiegen a. 72 *l*, b. 1 *hl* 68 *l*, c. 64 *l*, d. 52 *l*, e. 84 *l*, f. 42 *l*, g. 1 *hl* 17 *l*, h. 8 *l*, i. 15 *l*, k. 10 *l*, l. 5 *l*?

8) In 36′ fließen 150 *l* Wasser ein; wie viel fließen ein in a. 72′, b. 1^h 48′, c. 3^h 36′, d. 1^h, e. 48′, f. 1^h 21′, g. 27′, h. 2^h 8′, i. 54′, k. 10′, l. 5′, m. 14′?

9) 100 ℳ Kapital tragen 4 ℳ Zins; welchen Zins tragen a. 300 ℳ, b. 900 ℳ, c. 1300 ℳ, d. 450 ℳ, e. 820 ℳ, f. 625 ℳ, g. 810 ℳ, h. 50 ℳ, i. 75 ℳ, k. 60 ℳ?

10) 1000 *g* Wasser enthalten 12 *g* fremde Bestandteile; wieviel fremde Bestandteile treffen auf a. 2000 *g*, b. 3500 *g*, c. 4800 *g*, d. 9100 *g*, e. 750 *g*, f. 625 *g*, g. 300 *g*, h. 175 *g*?

---

11) Für 15 ℳ erhält man 60 *m* Tuch; wieviel erhält man für a. 75 ℳ, b. 105 ℳ, c. 100 ℳ, d. 72 ℳ, e. 10 ℳ, f. 12 ℳ, g. 8 ℳ, h. 56 ℳ?

12) Um 40 ℳ kauft man 35 *l* Wein; wieviel Wein erhält man um a. 160 ℳ, b. 100 ℳ, c. 60 ℳ, d. 90 ℳ, e. 215 ℳ, f. 168 ℳ, g. 30 ℳ, h. 24 ℳ, i. 10 ℳ?

13) 100 *kg* Getreide haben einen Raum von 60 *l*; welches ist das Gewicht folgender Getreidemengen: a. 3 *hl*, b. 5 *hl* 40 *l*, c. 150 *l*, d. 220 *l*, e. 9 *hl* 50 *l*, f. 48 *l*, g. 40 *l*, h. 27 *l*, i. 44 *l*, k. 50 *l*?

14) In 4 Tagen macht ein Fußgänger 90 *km*; wie lange braucht er zu folgenden Strecken: a. 180 *km*, b. 150 *km*, c. 200 *km*, d. 108 *km*, e. 70 *km*, f. 54 *km*, g. 42 *km*, h. 10 *km*?

15) In 42 Tagen verdienen sich 6 Arbeiter 700 ℳ; wieviel verdienen sich dieselben in a. 126^d, b. 105^d, c. 70^d, d. 54^d, e. 36^d, f. 15^d, g. 6^d, h. 14^d?

---

16) 25 *m* Leinwand kosten 18 ℳ 60 ₰; was kosten a. $13\frac{1}{3}$ *m*, b. $12\frac{1}{2}$ *m*, c. $37\frac{1}{2}$ *m*, d. $56\frac{1}{4}$ *m*, e. $6\frac{2}{3}$ *m*.

17) Für 60 ℳ erhält man 4 *t* 200 *kg* Steinkohle; wieviel Kohle erhält man für a. $52\frac{1}{2}$ ℳ, b. 87 ℳ 50 ₰, c. 3 ℳ 60 ₰, d. 14 ℳ 40 ₰, e. 67 ℳ 20 ₰, f. $22\frac{1}{2}$ ℳ?

18) Für 96 Tage beträgt ein Gehaltsbezug $345\frac{3}{5}$ ℳ; auf welche Zeit läuft ein Bezug von a. 90 ℳ, b. 450 ℳ, c. 80 ℳ, d. $626\frac{2}{5}$ ℳ, e. 92 ℳ 70 ₰, f. 163 ℳ 20 ₰?

19) Von 100 ℳ Kapital erhält man $4\frac{1}{2}$ ℳ Zins; welches Kapital wirft folgenden Zins ab: a. 9 ℳ, b. 72 ℳ, c. 135 ℳ, d. $22\frac{1}{2}$ ℳ, e. 45 ℳ, f. 405 ℳ, g. 6 ℳ 75 ₰, h. 38 ℳ 25 ₰, i. 8 ℳ 10 ₰, k. 28 ℳ 80 ₰, l. 16 ℳ 65 ₰?

20) In $8\frac{1}{3}$ Tagen werden von einer Anzahl Arbeiter 420 *cbm* Erde ausgehoben; wie viel Erde heben dieselben Arbeiter aus in a. 25^d b. $6\frac{1}{4}^d$ c. $7\frac{1}{7}^d$ d. $10\frac{5}{6}^d$ e. $112\frac{1}{2}^d$?

---

21) 90 *kg* Kaffee kosten 245,70 ℳ; was kosten a. 225 *kg* b. 0,72 *t*, c. 1,8 *kg*, d. 160 *kg*, e. 1,62 *t*, f. 0,81 *kg*?

22) 16,8 *l* einer Flüssigkeit wiegen 14,7 *kg*; welches ist das Gewicht von a. 84 *l*, b. 2,4 *hl*, c. 13,2 *hl*, d. 9,6 *cbm*, e. 0,42 *hl*, f. 8,8 *l*, g. 0,72 *l*, h. 1728 *ccm*?

23) Ein Grundstück trägt 5,7 *hl* Getreide bei 9,5 *a* Größe; welche Größe hat unter gleichen Verhältnissen ein Grundstück, dessen Ertrag a. 12 *hl*, b. 27 *hl*, c. 3,3 *hl*, d. 54 *l*, e. 21 *cbm*, f. 18,42 *hl*?

24) Bei 100 ℳ Verkaufssumme hat ein Händler 17,50 ℳ Gewinn; um wieviel verkauft er bei einem Gewinn von a. 70 ℳ, b. 21 ℳ, c. 168 ℳ, d. 4,90 ℳ, e. 0,98 ℳ, f. 10,50 ℳ, g. 37,73 ℳ, h. 7630 ℳ?

25) Bei 4,05 *m* Geschwindigkeit macht ein Körper in einer gewissen Zeit 32,4 *km* Weg; welches ist seine Geschwindigkeit, wenn er in derselben Zeit folgende Wege macht: a. 30 *km*, b. 12,9 *km*, c. 0,747 *km* d. 1386 *m*, e. 9,51 *km*, f. 21,693 *km*, g. 543 *km*?

---

26) 25 Arbeiter brauchen zu einer gewissen Arbeit 8 Tage; wie lange brauchen zu derselben Arbeit a. 50, b. 75, c. 100, d. 8, e. 16, f. 40, g. 80, h. 15, i. 24, k. 64, l. 125 Arbeiter?

27) Eine Erdarbeit wird in 9 Tagen von 24 Arbeitern vollendet; wie viel Arbeiter sind notwendig, wenn die gleiche Arbeit vollendet werden soll in a. 27^d, b. 36^d, c. 54^d, d. 12^d, e. 50^d, f. 40^d, g. 11^d?

28) Auf ein Ster Holz gehen 960 Scheiter von je 25 *cm* Länge; wie viel Scheiter gehen auf ein Ster, wenn die Länge derselben a. 32 *cm*, b. 48 *cm*, c. 75 *cm*, d. 24 *cm*, e. 36 *cm*, f. 64 *cm*?

29) Ein Gefäß von 12 *m* Länge und 45 *cm* Tiefe hält 30 *cbm* Wasser; wie lang ist ein anderes gleichbreites Gefäß, das ebenfalls 30 *cbm* Wasser faßt bei einer Tiefe von **a.** 24 *cm*, **b.** 72 *cm*, **c.** 60 *cm*, **d.** 135 *cm*, **e.** 27 *cm*?

30) Ein Rechteck ist 27 *cm* lang und 25 *cm* breit; wie breit ist ein anderes gleichgroßes Rechteck, dessen Länge **a.** 45 *cm*, **b.** 75 *cm*, **c.** 15 *cm*, **d.** 54 *cm*, **e.** 1 *m*, **f.** 1 *m* 08 *cm*, **g.** 1 *m* 25 *cm*?

31) Eine eiserne Säule von 1 *m* 75 *cm* Höhe und 39 *cm* Breite hat ebensoviel Gewicht als eine andere gleich dicke eiserne Säule, deren Höhe **a.** 70 *cm*, **b.** 1 *m* 30 *cm*, **c.** 1 *m* 17 *cm*, **d.** 125 *cm*, **e.** 65 *cm*, **f.** 2 *m* 60 *cm*; wie breit ist letztere?

---

32) Eine Arbeit kann mit einer Maschine in 44 Tagen vollendet werden, wenn dieselbe täglich $10\frac{1}{2}$ Stunden arbeitet; wie viel Tage braucht zu derselben Arbeit die Maschine bei einer täglichen Arbeitszeit von **a.** 11^h, **b.** 12^h, **c.** 7^h, **d.** $9\frac{1}{3}^h$, **e.** 6^h, **f.** $6\frac{3}{10}^h$, **g.** $5\frac{1}{4}^h$?

33) Um ein Dach zu decken, braucht man 1890 Schieferplatten, von denen jede $32\frac{1}{2}$ *cm* lang ist; wieviel Platten von gleicher Breite braucht man, wenn deren Länge **a.** $22\frac{1}{2}$ *cm*, **b.** 35 *cm*, **c.** $78\frac{3}{4}$ *cm*, **d.** 52 *cm* 5 *mm*, **e.** $60\frac{2}{3}$ *cm*?

34) Ein Fußgänger, welcher stündlich $5\frac{1}{2}$ *km* macht, braucht zu einem gewissen Weg $13\frac{3}{4}$ Tagmärsche; wie viel Tagmärsche von gleicher täglicher Stundenzahl braucht er, wenn er in der Stunde **a.** $4\frac{2}{5}$ *km*, **b.** 5 *km* 100 *m*, **c.** $6\frac{3}{5}$ *km*, **d.** $37\frac{2}{5}$ *km*, **e.** $5\frac{5}{16}$ *km* zurücklegt?

---

35) Auf welche Entfernung kann man **a.** 7,2 *t*, **b.** 8,4 *t*, **c.** 34 *t*, **d.** 0,85 *t*, **e.** 11,9 *t*, **f.** 0,51 *t*, **g.** 63 *t* um dieselbe Fracht fahren, als 4,5 *t* auf 119 *km*?

36) Eine Getreidemasse füllt einen Boden von 42,5 *qm* Fläche 0,70 *m* hoch; wie hoch steht eine gleich große Getreidemasse, wenn sie auf einen Boden ausgeschüttet wird, dessen Fläche **a.** 68 *qm*, **b.** 15,3 *qm*, **c.** 11,7 *qm*, **d.** 175 *qm*, **e.** 51 *qm* **f.** 11,2 *qm*?

37) Aus einem Weinfaß ergeben sich 396 Flaschen zu je 0,91 *l*; wieviel Flaschen erhält man, wenn der Inhalt einer Flasche **a.** 0,88 *l*, **b.** 0,78 *l*, **c.** 0,56 *l*, **d.** 0,77 *l*, **e.** 0,99 *l*, **f.** 1,04 *l*, **g.** 0,72 *l*, **h.** 1,43 *l*?

---

38) 87 *m* [125,4 *m*, 45 *m*] Leinwand kosten 95 *M* [106,57 *M*, 37,20 *M*]; was kosten 145 *m* [52,8 *m*, 64 *m*]?

39) 20 [153, 67] Arbeiter brauchen zur Vollendung einer Arbeit 48 [62, $112\frac{3}{4}$] Tage; wie lange brauchen zu derselben Arbeit 50, [279, 52] Arbeiter?

40) Was kosten 88 *l* [1,9 *hl*, 65 *l*] Wein, wenn von derselben Sorte 55 *l* [593,75 *l*, 2,4 *hl*] 42 ℳ [419,20 ℳ, 160 ℳ] kosten?

41) Wie viel Holz [Kohlen, Eisen] erhält man um 52 ℳ [9,65 ℳ, 31,50 ℳ], wenn man für 9 *cbm* Holz [0,375 *t* Kohlen, 735 *kg* Eisen] 117 ℳ [12,50 ℳ, 49 ℳ] bezahlt?

42) Wie lange braucht ein Fußgänger, um einen bestimmten Weg zurückzulegen, bei Tagmärschen von je 24 *km* [24,8 *km*], wenn er bei 30 *km* [28,5 *km*] Tagmarsch denselben Weg in 12 [$7\frac{3}{4}$] Tagen machte?

43) Wie viel wiegen 810 Stück Bleikugeln [55,2 *hl* Oel], wenn 45 Stück [21,6 *l*] 3,71 *kg* [19,8 *kg*] wiegen?

44) Wie lange brauchen zur Aufführung einer Mauer 18 Arbeiter, bei täglich 9 [$11\frac{1}{4}$] stündiger Arbeitszeit, wenn dieselben bei täglich 10 [$10\frac{1}{2}$] stündiger Arbeitszeit 36 [$31\frac{1}{2}$] Tage brauchen?

45) Ein Kasten von 85 *l* [2,76 *hl*] faßt 128 *kg* [350 *kg*] Korn; wie viel Korn faßt ein Kasten von 2,04 *hl* [4,6 *cbm*] Inhalt?

46) Zu einem bestimmten Zweck braucht man 54 *m* [41,8 *m*, 36,35 *m*] Tuch von 1,2 *m* [0,85 *m*, 1,24 *m*] Breite; wieviel Tuch braucht man zu demselben Zweck bei einer Breite von 0,8 *m* [0,95 *m*, 96 *cm*]?

47) Ein Reiter hat in 15^h [14^h 35′] einen Weg von 187,5 *km* [152,8 *km*] zurückgelegt; welchen Weg legt er noch weiter zurück, wenn er seinen Ritt nach 12^h [24^h 56′] fortsetzt?

48) Von einer Station aus fahren zwei Bahnzüge, der eine mit einer Geschwindigkeit von 10 *m* [9,5 *m*], der andere mit einer Geschwindigkeit von 9 *m* [12,4 *m*]; wie weit ist der zweite Zug, wenn der eine 27 *km* [45,6 *km*] zurückgelegt hat?

49) Eine Arbeit soll in 40 [$37\frac{1}{2}$, $52\frac{1}{2}$] Tagen vollendet werden; wie viel Arbeiter sind hiezu notwendig, wenn die gleiche Arbeit von 30 [15, 19] Arbeitern in 48 [35, 42] Tagen vollendet wurde?

50) Von *A* bis *B* fährt ein Bahnzug in 7^h [5^h 22′], und macht dabei in der Stunde 27 *km* [28,6 *km*]; welchen Weg muß ein anderer Zug in der Stunde machen, um denselben Weg in $10\frac{1}{2}^h$ [4^h 48′] zurückzulegen?

51) Ein Behälter von 78 *hl* [423,5 *cbm*] Inhalt soll durch eine Pumpe entleert werden; wie lange dauert dies, wenn in 16′ 18″ [1′ 59″] eine Wassermenge von 1,079 *cbm* [1,87 *hl*] abgeflossen war?

52) Zur Herstellung eines Grabens sind 1320 *cbm* [460 *cbm*] Erde auszuheben; welche Zeit ist hiezu erforderlich, wenn in $1\frac{1}{4}$ Tagen [$7\frac{2}{3}$ Tagen] 150 *cbm* [28,75 *cbm*] ausgehoben wurden?

53) Jemand unternimmt eine Reise von 399 *km* [157,5 *km*]; nach 5 [$3\frac{3}{4}$] Tagen hat er 285 *km* [91,8 *km*] zurückgelegt; wie lange braucht er zu der ganzen Reise?

54) Wie viel verdienen sich in einer gewissen Zeit 92 [156] Arbeiter, wenn sich 115 [111] Arbeiter in derselben Zeit 2070 *M* [1098,90 *M*] verdienen?

55) Ein Buch ergibt 192 [$306\frac{1}{4}$] Seiten, wenn auf die Zeile 42 [64] Buchstaben kommen; wie viele Seiten ergeben sich, wenn man in die Zeile 48 [56] Buchstaben setzt?

56) Wie viele Schriftsetzer sind notwendig, um in einer bestimmten Zeit 441 [33] Seiten eines Buches zu setzen, wenn 16 [24] Setzer in derselben Zeit 168 [$205\frac{1}{3}$] Seiten vollenden?

57) Wie viele Arbeiter verdienen sich in einer gewissen Zeit 1837,50 *M* [392,50 *M*] wenn sich 50 [87] Arbeiter in der nämlichen Zeit 1225 *M* [249 *M*] verdienen?

58) Aus einem Behälter läßt sich ein Gefäß von 63 *cm* [28 *cm*] Höhe 684 [1144] mal füllen; wie oft läßt sich ein gleiches breites und dickes Gefäß füllen, dessen Höhe 0,76 *m* [0,91 *m*] ist?

59) Auf eine Entfernung von 75 *km* [49 *km*] beträgt die Fracht für 2,3 *t* [15 *t*] 24,15 *M* [73,50 *M*]; welches ist die Fracht auf dieselbe Entfernung für 3,4 *t* [24 *t*]?

60) Ein Stück Tuch von 27 *m* [32,5 *m*] Länge und 1,3 *m* [0,72 *m*] Breite wiegt 1,44 *kg* [1,69 *kg*]; was wiegt ein Stück Tuch derselben Sorte von 42,6 *m* [40,3 *m*] Länge und 1,3 *m* [0,72 *m*] Breite?

61) Auf eine Wagenladung von 10 *t* [8 *t*] gehen 675 [680] Pflastersteine von 14,3 *cm* [27 *cm*] Länge und 12 *cm* [17 *cm*] Breite; wie viel Steine aus gleichem Material und von gleicher Breite und Höhe gehen auf dieselbe Wagenladung, wenn die Länge der Steine 27,5 *cm* [34 *cm*] ist?

---

62) Ein Körper, dessen Rauminhalt a hat das Gewicht b; welches ist das Gewicht eines anderen Körpers von gleichem Stoff, dessen Rauminhalt c?

	a.	b.	c.	d.
a =	16 *l*	7,2 *hl*	0,37 *cbm*	13,2 *ccm*
b =	28 *kg*	0,96 *t*	1,48 *t*	7,7 *g*
c =	52 *l*	10 *hl*	1 *cbm*	16,8 *ccm*

63) Eine Ware, deren Menge a hat einen Preis b; welches ist der Preis einer Ware derselben Gattung, deren Menge c?

	a.	b.	c.	d.
a =	75 *m*	8,5 *l*	7,8 *kg*	62,5 *g*
b =	147 ℳ	11,90 ℳ	0,65 ℳ	1,55 ℳ
c =	95 *m*	1 *hl*	1,86 *kg*	23,6 *g*

64) a Arbeiter brauchen zu einer Arbeit die Zeit b; wie lange brauchen zu derselben Arbeit c Arbeiter?

	a.	b.	c.	d.
a =	120	54	11	34
b =	35 Tage	$21\frac{3}{5}$ Tage	$3\frac{3}{10}h$	$8\frac{1}{2}h$
c =	84	52	15	40

65) Bei der Geschwindigkeit a ist der Weg b; welches ist der Weg in der gleichen Zeit bei der Geschwindigkeit c?

	a.	b.	c.	d.
a =	8,4 *m*	0,98 *m*	4,8 *m*	0,92 *m*
b =	10,5 *km*	742 *m*	25,6 *km*	10 *km*
c =	6 *m*	0,7 *m*	3,9 *m*	1,15 *m*

66) Bei der Geschwindigkeit a braucht man zu einem gewissen Weg die Zeit b; wie lange braucht man zu demselben Weg bei der Geschwindigkeit c?

	a.	b.	c.	d.
a =	1,8 *m*	6,5 *m*	0,87 *m*	10,8 *m*
b =	$4\frac{2}{5}$ *h*	13*h* 20′	12*h* 48′	$5\frac{1}{2}$ Tage
c =	3,3 *m*	5,2 *m*	2,32 *m*	13,2 *m*

---

67) 36 *m* [17,5 *m*, 76 *m*] Baumwollstoff kosten 81 ℳ [54,60 ℳ, 104 ℳ]. Was kosten 3 *m* [1 *m* 80 *cm*, 14 *m*] weniger?

68) Zu einem Baue sind nach dem Voranschlag 45750 Steine notwendig, welche um 1372,50 ℳ geliefert werden. Wie viel kosten die Steine, wenn der wirkliche Bedarf den Voranschlag um 2800 Steine übersteigt?

69) Ein Kaufmann bestellt beim Großhändler 1250 *kg* Reis [256,25 *kg* Kaffee, 687,5 *kg* Gewürze] um 77 ℳ 50 ₰ [2145 ℳ, 369 ℳ]. Wie viel hat derselbe zu zahlen, wenn die Sendung, $12\frac{1}{2}$ *kg* weniger [$6\frac{1}{4}$ *kg* mehr, $8\frac{1}{3}$ *kg* weniger] beträgt?

70) Zwei Boten gehen gleichzeitig früh 7 Uhr ab; der erste hat einen Weg von 29,4 *km* zurückzulegen, der zweite einen um 6,3 *km* kürzeren Weg. Wenn nun der erste bis 2 Uhr 42′ mittags braucht, wann kommt der zweite an sein Ziel?

71) Ein Accordant übernimmt die Herstellung einer Straße in der Länge von 4,5 *km* und glaubt dieselbe mit 54 Arbeitern zur festgesetzten Zeit vollenden zu können. Vor Antritt der Arbeit werden ihm noch weitere 3,2 *km* zum Bau übertragen. Wie viel Arbeiter muß er mehr nehmen, um in derselben Zeit den Bau zu vollenden?

72) Der Bau eines Dammes wird am 15. April eines Jahres übernommen und kann mit 48 Arbeitern bis 1. August vollendet werden; wie viele Arbeiter sind hinzuzunehmen, wenn die Vollendung schon bis 5. Juli verlangt wird?

73) Mit einem bestimmten Kohlenvorrat reicht eine Maschine 38 Tage, wenn sie täglich 175 *kg* Kohle verbraucht; wie lange reicht dieselbe, wenn sie bei einer Steigerung des Betriebs täglich um 62,5 *kg* mehr verbraucht?

74) Eine Besatzung von 5400 Mann reicht mit einem bestimmten Mehlvorrat, wenn der Mann täglich 0,65 *kg* Brot erhält. Um wie viel ist die tägliche Brotration zu verringern, wenn mit demselben Vorrat eine um 1100 Mann stärkere Besatzung die gleiche Zeit ausreichen soll?

75) Einem Handwerksmann ist aufgetragen, eine bestimmte Arbeit in 28 Tagen zu vollenden; er nimmt zu diesem Zwecke 8 Gesellen in Dienst und findet, daß er die Hälfte der Arbeit schon in 12 Tagen vollendete. Wie viele Gesellen wird er entlassen dürfen, um doch noch rechtzeitig fertig zu werden?

Zusammengesetzter Dreisatz.

76) Ein Stück Tuch von 36 *m* Länge und 1,25 *m* Breite kostet 60 ℳ; was kostet ein Stück Tuch von

a. 42 *m* Länge u. 0,75 *m* Breite, b. 55 *m* Länge u. 1,44 *m* Breite
c. $33\frac{1}{3}$ *m* „ „ 0,9 *m* „ d. 17,5 *m* „ „ 1,08 *m* „
e. $20\frac{1}{4}$ *m* „ „ 0,72 *m* „ f. 2,43 *m* „ „ 1,5 *m* „ ?

77) Für 10 *t* (Wagenladung) Last und 168 *km* Entfernung beträgt die Fracht 91 ℳ; welches ist die Fracht für

a 6 *t* Last und 50 *km* Entf., b. 18 *t* Last und 22 *km* Entf.,
c. 8,5 *t* „ „ 42 *km* „ d. 0,5 *t* „ „ 28,8 *km* „
e. 0,12 *t* „ „ 400 *km* „ f. 11,7 *t* „ „ 324 *km* „ ?

78) Ein Steinblock, der 95 *cm* lang, 84 *cm* breit und 74 *cm* hoch ist, wiegt 1000 *kg*; wie viel wiegt ein Steinblock aus gleichem Stoff von

a. 1,11 *m* Länge 0,76 *m* Breite und 77 *cm* Höhe,
b. 1,12 *m* „ 0,37 *m* „ „ 0,57 *m* „
c. 1,14 *m* „ 0,91 *m* „ „ 0,666 *m* „ ?

79) 27 Arbeiter fertigen in 24 Tagen 1000 Stücke einer Ware; wie lange brauchen
a. 14 Arbeiter zu 630 Stück, b. 46 Arbeiter zu 760 Stück,
c. 39 „ „ 6500 „ , d. 74 „ „ 3333 „ ?

80) Ein Behälter von 11,9 *m* Länge, 6,5 *m* Breite und 5,5 *m* Tiefe soll ebensoviel fassen, als ein anderer Behälter, welcher
a. 3,4 *m* lang und 3,9 *m* breit, b. 9,1 *m* lang und 7,7 *m* breit,
c. 44 *m* „ „ 8,5 *m* „ d. 18,7 *m* „ „ 5,6 *m* „ ?
Tiefe des zweiten Behälters?

81) Um eine Erdarbeit zu vollenden, brauchen 69 Arbeiter 76 Tage, bei täglich $10\frac{1}{2}$ Stunden Arbeitszeit; wie lange brauchen zu derselben Arbeit
a. 92 Arbeiter bei täglich $9\frac{1}{2}^h$ Arbeitszeit,
b. 57 „ „ „ $11\frac{1}{2}^h$ „ ,
c. 84 „ „ „ $12\frac{2}{3}^h$ „ ,
d. 133 „ „ „ $7\frac{2}{3}^h$ „ ?

---

82) Ein Stück Tuch von 16,9 *m* [75 *m*, 51,2 *m*] Länge und 0,95 *m* [$1\frac{1}{4}$ *m*, 1,1 *m*] Breite kostet 39 ℳ [416 ℳ, 220,80 ℳ]; was kostet ein anderes Stück von 19 *m* [135 *m*, 47,3 *m*] Länge und 1,3 *m* [$\frac{3}{4}$ *m*, 1,6 *m*] Breite?

83) Die Fracht für 2,5 *t* [2,73 *t*] auf 70 *km* [148 *km*] beträgt 10,50 ℳ [180 ℳ]. Wie viel beträgt die Fracht für 1,84 *t* [6 *t*] auf 90 *km* [210 *km*]?

84) Ein Behälter, welcher 9,5 *m* lang, 5,1 *m* breit ist, faßt 33,75 *t* einer Flüssigkeit; wie viel faßt ein Behälter, welcher bei unveränderter Tiefe 11,9 *m* lang und 5,7 *m* breit ist?

85) Eine Fläche von 6,3 *ha* [4,2 *ha*] soll in 7^d [14^d] abgemäht werden. Wie viele Schnitter sind hiezu notwendig, wenn 20 [9] Schnitter mit einer Fläche von 7,8 *ha* [3 *ha* 52 *a*] in 13^d [11^d] fertig werden?

86) Zur Anfertigung von 56 [46] Uniformsstücken braucht man 147 *m* [115 *m*] Tuch von 0,9 *m* [1,17 *m*] Breite. Wie viel Tuch von 0,8 *m* [0,91 *m*] Breite braucht man zu 52 [56] Uniformsstücken?

87) Wie viel Tuch von 0,75 *m* [0,84 *m*] Breite erhält man für 200 ℳ [231 ℳ], wenn man für 150 ℳ [185 ℳ] 36 *m* [44,4 *m*] Tuch von 1 *m* [93 *cm*] Breite erhält?

88) Eine Eisenbahn berechnet ihre Fracht per Kilometer und Tonne auf 0,10 ℳ [0,14 ℳ]. Wie weit kann man nach diesem Frachtsatze eine Last von 6 *t* [32,5 *t*] um 42 ℳ [14,3 ℳ] befördern?

89) Wenn eine Erdmasse von 5625 *cbm* von 54 Arbeitern, welche täglich $11\frac{1}{2}^h$ arbeiten, in $2\frac{1}{2}$ Monaten aufgegraben wird, welche Masse Erde können 46 Arbeiter bei täglich $10\frac{3}{4}$ stündiger Arbeiszeit in 3 Monaten bewältigen? [107])

90) Eine Besatzung von 8400 Mann reicht mit einem Vorrat von Fleisch $7\frac{1}{2}$ Monate, wenn die tägliche Fleischration eines Mannes 375 *g* beträgt. Um wie viel muß dieselbe verringert werden, wenn eine um 1600 Mann stärkere Besatzung mit demselben Vorrat $\frac{3}{4}$ Jahre ausreichen soll?

91) 9 Röhren von 0,014 *qm* Querschnitt füllen einen Behälter in 3^h 12', wenn das Wasser mit 0,165 *m* Geschwindigkeit ausfließt. Mit welcher Geschwindigkeit muß das Wasser ausfließen, wenn 7 Röhren mit einem um 40 *qcm* vergrößerten Querschnitt den Behälter in einer um 28' längeren Zeit füllen sollen? [108])

92) Die Fracht von 987,5 *kg* auf 108 *km* beträgt 13 ℳ 50 ₰; später werden jedoch noch 262,5 *kg* zugeladen und hiefür 7 ℳ 50 ₰ nachbezahlt. Wie weit wird man jetzt die Last fahren können?

93) Ein Kanalbau von 0,86 *km* Länge sollte in $10\frac{1}{2}$ Monaten von 215 Arbeitern, welche täglich $9\frac{3}{5}^h$ arbeiten, vollendet werden. Nachdem 180 *m* gebaut waren, traten 23 Arbeiter zurück, wogegen die übrigen täglich um 1^h 44' länger arbeiteten. Wie lange brauchten nunmehr diese zur Vollendung des Baues? [109])

94) Drei Weber hatten den Auftrag erhalten, 180 *m* Tuch von 0,8 *m* Breite zu weben, und konnten sie damit bei einer täglichen Arbeitszeit von $10\frac{1}{4}^h$ in einem Monat fertig werden. Nachdem sie aber 50 *m* gewebt hatten, wurde ihnen aufgetragen, das Tuch 10 *cm* breiter zu machen und auch noch 190 *m* mehr zu fertigen. Zu diesem Zwecke wurde ihnen noch ein Arbeiter beigegeben und zugleich bestimmt, daß sie von da an noch $1\frac{1}{2}$ Monate lang arbeiten dürften. Wie lange müssen sie nun täglich arbeiten, um in der festgesetzten Zeit die Arbeit zu vollenden? [110])

---

95) Länge eines Körpers a, Breite b, Gewicht c; welches ist das Gewicht eines andern Körpers aus gleichem Stoff von der Länge d und der Breite e bei gleicher Höhe?

	a.	b.	c.
a =	75 *cm*	1,68 *m*	0,68 *m*
b =	24 *cm*	0,95 *m*	0,52 *m*
c =	14 *kg*	20,9 *kg*	64 *kg*
d =	66 *cm*	1,20 *m*	1,17 *m*
e =	21 *cm*	0,91 *m*	0,85 *m*.

96) In derselben Zeit, in welcher ein Reiter den Weg a zurücklegt, macht ein Radfahrer den Weg b. Wie lange braucht der Radfahrer zu einem Weg c, wenn der Reiter den Weg d in der Zeit e zurücklegt?

	a.	b.	c.
a =	350 *m*	185 *m*	187 *m*
b =	400 *m*	210 *m*	144 *m*
c =	27 *km*	42 *km*	60 *km*
d =	25 *km*	37 *km*	56,1 *km*
e =	$1^h\ 40'$	3^h	$2^h\ 12'$.

97) Um eine Erdmasse a auszuheben brauchen b Arbeiter bei täglicher Arbeitszeit c im ganzen die Zeit d; wie lange brauchen b' Arbeiter bei der täglichen Arbeitszeit c' um eine Erdmasse a' auszuheben?

	a.	b.	c.
a =	4000 *cbm*	2600 *cbm*	3700 *cbm*
a' =	7000 *cbm*	3400 *cbm*	2800 *cbm*
b =	13	21	36
b' =	9	19	15
c =	10^h	$11\frac{1}{2}^h$	$9\frac{1}{4}^h$
c' =	12^h	$8\frac{1}{2}^h$	$7\frac{3}{4}^h$
d =	21 Tage	57 Tage	60 Tage.

Maßreduktion.

98) Ein Gulden süddeutscher Währung (seit 1876 außer Geltung) hat 60 Kreuzer; ein Thaler norddeutscher Währung hat 30 Silbergroschen, der Groschen 12 Pfennig.

7 *fl* s. W. = 12 ℳ. 1 Thaler = 3 ℳ.

Uebertrage folgende Wertangaben in Reichswährung:

a. 7 *fl* s. W., 28 *fl*, 98 *fl*, 1050 *fl*, 9366 *fl*.
b. 19 *fl* s. W., 5 *fl*, 25 *fl*, 156 *fl*, 287 *fl*, 2583 *fl*.
c. 4 Thlr., 24 Thlr., 168 Thlr., 254 Thlr., 1094 Thlr.
d. 7 Thlr., 29 Thlr., 541 Thlr., 67491 Thlr.
e. 15 *fl* 45 *kr* s. W., 29 *fl* 10 *kr*, 675 *fl* 30 *kr*, 15157 *fl* 18 *kr*.
f. 24 Thlr. 20 Sgr., 38 Thlr. 15 Sgr., 291 Thlr. 40 Sgr. 12387 Thlr. 6 Sgr.

99) Uebertrage folgende Wertangaben in süddeutsche und norddeutsche Währung:

a. 12 ℳ, 36 ℳ, 18 ℳ, 144 ℳ, 81 ℳ.
b. 3 ℳ, 100 ℳ, 17 ℳ, 59 ℳ, 687 ℳ, 5410 ℳ, 19827 ℳ.
c. 11,50 ℳ, 24,30 ℳ, 619,20 ℳ, 7412,75 ℳ.

100) 5 Mark Hamburger Kurant sind 6 ℳ, R. W. Wieviel sind somit:

a. 10 M., 25 M., 17½ M., 314 M., 9118¾ M. hamburgisch in der Reichswährung und

b. 18 ℳ, 36 ℳ, 45 ℳ, 581 ℳ, 917,25 ℳ, 3412,62 ℳ R. W. in hamburgisch Kurant?

101) 6 Ellen bayr. sind nahezu 5 *m*. Wie viel sind demnach:

a. 27 Ellen, 19 Ellen, 54⅓ Ellen in Meter,

b. 55 *m*, 28,5 *m*, 371,4 *m* in bayr. Ellen?

102) Der bayrische Fuß hat 292 *mm*. Wie viel sind somit

a. 17 Fuß, 24,5 Fuß, 148,7 Fuß bayr. in Meter,

b. 1 *m*, 19,5 *m*, 387,6 *m*, 0,24 *m* in bayrischen Fuß?

103) Der Pariser Fuß hat 325 *mm*, der preußische 314 *mm*, der österreichische 316 *mm*.

Wie viel sind demnach:

a. 18 Fuß, 27,8 Fuß, 537⅓ Fuß Par., preuß. oder österr. in Meter,

b. 28 *m*, 19,7 *m*, 0,692 *m* in Pariser, preuß. oder österr. Fuß?

104) 1 bayr. Eimer = 64 Maß = 68 *l*. Wie viel sind:

a. 12 Eimer, 125 Eimer, 24 Maß, 19 Eimer 6 Maß bayr. in Hektoliter und Liter,

b. 17 *hl*, 24,5 *hl*, 28 *l* in Eimer und Maß?

105) 1 bayr. Schäffel = 6 Metzen = 222 *l*. Wie viel sind:

a. 13 Schäffel, 248 Schäffel, 9 Metzen bayr. in Hektoliter,

b. 317 *l*, 51 *hl*, 24,9 *hl* in bayr. Schäffeln?

106) 1 bayr. Pfund (℔) = 32 Lot = 560 *g*. Wie viel sind:

a. 12 ℔, 17½ ℔, 24 Lot, 31 ℔ 20 Lot, 22 Ctr. bayr. in Kilogramm,

b. 19 *kg*, 25 *kg*, 271,5 *kg*, 19,35 *kg* in bayr. Gewicht?

107) **a.** Wie groß ist der bayrische Quadratfuß in Quadratmeter und umgekehrt? (siehe 102.)

b. Wie groß ist das bayrische Tagwerk (= 100 Decimalen = 40000 Quadratfuß) in Ar oder Hektar und umgekehrt?

Wie viel sind demnach:

c. 75 Quadratfuß, 24,8 Quadratfuß, 19 Tagwerk, 134 Tagwerk 6 Decimalen im metrischen Flächenmaß?

d. 64 *qm*, 29,75 *qm*, 31,5 *a*, 62,85 *ha* in bayrischen Quadratfuß bez. Tagwerk?

108) **a.** Wie groß ist der bayrische Kubikfuß in Kubikmeter und umgekehrt? (siehe 102.)

b. Wie groß ist die bayrische Holzklafter (zu 126 Kubikfuß) in Ster und umgekehrt?

Wieviel sind demnach:

c. 45 Kubikfuß, 94,8 Kubikfuß, 27 Klafter in metrischen Maßgrößen?

d. 19,2 *cbm*, 37,8 *cbm*, 92 *cbm*, 7,5 *cbm* in Kubikfuß bez. Klafter?

109) Was kostet jetzt das Meter Leinwand in der Reichswährung, wenn früher die bayrische Elle 46 *kr* [1 *fl* 36 *kr*, 2 *fl* 42 *kr*] s. W. kostete?

110) Was ist nach der Reichswährung der Wert von einem Hektar eines Grundstückes, von welchem früher das Tagwerk 185 *fl* [96 *fl* 30 *kr*] kostete?

111) Wenn die bayr. Klafter Fichtenholz 16 *fl* 12 *kr* s. W. [Buchenholz 22 *fl* 24 *kr* s. W.] kostete, wie viel kostet alsdann das Ster derselben Holzgattung in der Reichswährung?

112) Ein Kaufmann hat von früherer Zeit noch 1200 *kg* auf Lager, wovon er damals 75 Ctr. (bayr.) um 357 *fl* s. W. einkaufte. Wie hoch wird er zum wenigsten seinen jetzigen Vorrat verkaufen müssen (in Reichswährung)?

Anmerkung. Ausländische Werte sind täglichen Schwankungen unterworfen. Wir notieren nach heutigem Kursstand (28. Jan. 85.)

Oesterreich 100 *fl* = 165,60 ℳ
Frankreich 100 *fr* = 81 ℳ
England 10 Pfd. Sterling = 204,50 ℳ
Holland 100 *fl* = 169,40 ℳ
Italien 100 Lire = 80,40 ℳ

Außerdem gelten etwa:

Nordamerika	1 Dollar	=	4,15 ℳ
Rußland	1 Rubel	=	3,14 ℳ
Spanien	1 Real	=	0,21 ℳ
Schweden	1 Reichsthaler	=	1,12 ℳ
Türkei	1 Piaster	=	0,14 ℳ

113) Uebertrage folgende Wertangaben in Reichswährung:

a	60 *fl* ö. W.	754 *fl*	1217 *fl*	942,50 *fl*
b.	75 *fr*	937 *fr*	8463 *fr*	2417,40 *fr*.
c	40 Pfd. St.	17 Pfd. St.	962 Pfd. St.	421 $\frac{9}{20}$ Pfd. St.
d	150 *fl* holl.	63 *fl*	215 *fl*	3164,75 *fl*.
e.	250 Lire	54 Lire	937 Lire	18,35 Lire.

114) Uebertrage folgende Wertangaben:

a.	828 ℳ,	907 ℳ,	41,40 ℳ	in österreichische Währung;
b.	729 „	206 „	134,60 „	„ französische Währung;
c.	4090 „	147 „	10,25 „	„ Pfund Sterling;
d.	50,82 „	25 „	634,70 „	„ holländische Gulden;
e	56,28 „	100 „	945,75 „	„ Lire.

115) Wie viel sind in deutscher Währung:
a. 150 Doll. 27 Doll. 4,70 Doll.
b. 300 Rubel 84 Rubel 1,92 Rubel.
c. 80000 Real. 452 Real. 37½ Real.
d. 18 schwed. Reichsthaler. 26¼ Reichsthaler.
e. 25 Piaster. 91¼ Piaster?

---

116 In Paris kauft Jemand 80 *m* [756 *m*] Seide um 760 *fr* [3827 *fr*]. Wie teuer kommt das Meter in deutscher Währung?

117) Wien liefert an Berlin 1200 *m* [3500 *m*] Tuch um 5100 *fl* ö. W. [6700 *fl*]. Wie hoch kommen demnach in Berlin 40 *m* [1500 *m*]?

118) Wir beziehen aus Amsterdam 22,5 *kg* Thee [1,25 *t* Kaffee] um 126 *fl* holl. [1930 *fl* holl.] Was kosten in München 5 *kg* Thee [12 *kg* Kaffee]?

119) Ein Kaufmann bezieht aus Palermo [Mailand] 2 *t* Citronen [2,7 *t* Reis] um 2400 Lire [1500 Lire]. Wie viel kosten demnach in deutscher Währung 4 *kg* Citronen [40,5 *kg* Reis]?

120) Eine Dampfmaschine kostet in London 560 Pfd. Wie viel macht dies in deutscher Währung?

121) Jemand kauft in Philadelphia 300 *hl* Petroleum um 2145 Doll. Was kosten also 80 *l* in deutscher Währung?

122) Wir schicken per Postanweisung nach Wien [Rom] 62,50 ℳ [94,10 ℳ]. Welche Summe wird in Wien [Rom] dem Adressaten ausbezahlt?

123) Ein Reisender wechselt in München [Lindau] seinen Baarvorrat von 450 ℳ [280 ℳ] in österreichisches [französisches] Geld um. Wie viel erhält er dafür?

XXVI. Prozentrechnungen.

§ 99. Eine sehr gebräuchliche Anwendung des Dreisatzes sind die Prozentrechnungen.

Der Ausdruck „Prozent" (%) bedeutet überhaupt einen gewissen nach Hundertteilen (Prozenten) angegebenen Bruchteil.

Z. B. Ein Geschäftsmann gewinnt bei einem Geschäfte 20% heißt: von seinem aufgewendeten Gelde hat er 20 Hundertel ($\frac{1}{5}$), d. h. von 100 ℳ 20 ℳ gewonnen. Wie viel gewann er demnach an 840 ℳ?

Aufwand.	Gewinn.
100 ℳ	20 ℳ
840 „	x „

$$x = 20\ ℳ \cdot \frac{840}{100} = 168\ ℳ.$$

Soviel mal 100 ℳ Aufwand, soviel mal 20 ℳ Gewinn.

Eine ähnliche Bedeutung hat der Ausdruck „Promille" (⁰/₀₀); derselbe ist die Angabe eines Bruchteiles nach Tausendteln.

§ 100. Am häufigsten wird der Ausdruck „Prozent" angewendet zur Bestimmung des Zinsfußes u. dgl.

Zins ist nämlich ein von einem Kapital fließender Nutzen, der das Kapital selbst nicht beeinträchtigt. Der Zinsfuß gibt an, den wievielten Teil des Kapitals der Zins beträgt. Es wird derselbe meistens in Prozenten, sowie für die Zeit von einem Jahr angegeben.

Beispiel 1. Welchen Zins tragen 700 ℳ Kapital zu 5% in einem Jahr?

Soviel mal 100 ℳ Kapital, soviel mal 5 ℳ Zins.

$$\text{Zins} = 5\ ℳ \cdot \frac{700}{100} = 35\ ℳ.$$

Beispiel 2. Welches Kapital trägt zu $4\frac{1}{2}$% in einem Jahr 27 ℳ Zins?

Sovielmal $4\frac{1}{2}$ ℳ Zins, ebensovielmal 100 ℳ Kapital.

$$\text{Kapital} = 100\ ℳ \cdot \frac{27}{4\frac{1}{2}} = 600\ ℳ.$$

Beispiel 3. Zu wieviel Prozent steht ein Kapital von 9000 ℳ, das in einem Jahr 540 ℳ Zinsen trägt?

$$\text{Zins von } 100\ ℳ \text{ Kapital} = \frac{540\ ℳ}{90} = 6\ ℳ.$$

Zinsfuß: 6%.

Beispiel 4. Welchen Zins tragen 1600 ℳ Kapital zu 5% in $1\frac{1}{4}$ Jahren:

$$\text{Zins} = 5\ ℳ \cdot \frac{1600}{100} \cdot \frac{5}{4} = 100\ ℳ.$$

Beispiel 5. Welches Kapital trägt zu $3\frac{1}{2}$% in 8 Monaten 14 ℳ Zins?

$$\text{Jahreszins} = 14\ ℳ : 8 \cdot 12 = 21\ ℳ.$$

$$\text{Kapital} = 100\ ℳ \cdot \frac{21}{3\frac{1}{2}} = 600\ ℳ.$$

Beispiel 6. Welches ist der Zinsfuß, wenn 1200 ℳ Kapital in 7 Monaten 28 ℳ Zins tragen?

$$\text{Jahreszins} = 28\ ℳ : 7 \cdot 12 = 48\ ℳ.$$

Zins von 100 ℳ Kapital = 48 ℳ : 12 = 4 ℳ.

Zinsfuß: 4%.

Beispiel 7. In welcher Zeit tragen 3000 ℳ Kapital zu 5% 350 ℳ Zins?

$$\text{Jahreszins} = 5\ ℳ \cdot \frac{3000}{100} = 150\ ℳ$$

$$\text{Anzahl der Jahre} = 350\ ℳ : 150\ ℳ = 2\tfrac{1}{3}.$$

Natürlich sind die Zinsrechnungen alle auch in der Form des einfachen oder zusammengesetzten Dreisatzes lösbar.

§ 101. 1) Eine nach einer bestimmten Zeit zahlbare Summe hat heute nur den Wert eines Kapitals, welches in dieser Zeit samt den Zinsen auf fragliche Summe sich erhebt. Dieser Wert heißt der bare Wert.

Z. B. Was ist der bare Wert von 750 ℳ zahlbar nach drei Monaten bei 6% Zins?

100 ℳ wachsen auf 101,5 ℳ
x „ „ „ 750 „

$$x = 100\ ℳ \cdot \frac{750}{101{,}5} = 738{,}91\ ℳ.$$

2) Einfacher berechnet sich der bare Wert nach einem von der fraglichen Summe zu machenden Abzug, welcher Diskonto genannt wird.

Der Diskonto wird in Prozenten der Endsumme sowie für die Zeit von einem Jahre angegeben.

Z. B. Was ist der bare Wert von 750 ℳ, zahlbar nach drei Monaten, bei 6% Diskonto?

Endsumme.	Zeit.	Diskonto.
100 ℳ	12 Monaten	6 ℳ
750 „	3 „	x „

$$x = 6\ ℳ \cdot \frac{750}{100} \cdot \frac{3}{12} = 11{,}25\ ℳ.$$

Barer Wert = 750 ℳ — 11,25 ℳ = 738,75 ℳ

3) Skonto, Rabatt u. s. w. sind Nachlässe oder Abzüge, welche unter gewissen Bedingungen (z. B. bei Barzahlung) eintreten. Sie werden gewöhnlich nach Prozenten der fraglichen Summe bestimmt.

Provision, Courtage u. s. w. sind Anteile, welche Zwischenhändler, Mäkler u. dgl. bei einem Geschäftsabschluß beanspruchen. Sie werden gewöhnlich nach Promillen der in Rede stehenden Summe bestimmt.

---

§ 102. Staatspapiere, (Obligationen) sind Schuldverschreibungen der Staaten auf den Inhaber lautend. Der auf

den Papieren angegebene Schuldbetrag ist der **Nennwert**. Der wirkliche Kauf- oder Verkaufswert heißt **Kurswert**. Derselbe ist veränderlich und wird nach Prozenten des Nennwertes bestimmt. Z. B. Der Kurs bayr. Staatspapiere ist 103%, heißt eine Obligation von 100 ℳ Nennwert hat einen Kurswert von 103 ℳ. Den Zins erhebt der Besitzer einer Staatsobligation durch Abtrennung des fälligen Zinsabschnitts (Coupon).

Den Staatspapieren ähnlich sind Obligationen der Kreise, Gemeinden u. s. w.

Pfandbriefe (Bodenkreditobligationen) sind Schuldverschreibungen von Bankinstituten, welche diese Papiere ausgeben, um den erhaltenen Wertbetrag auf feste Güter (Häuser, Fabriken, Grundstücke) auszuleihen.

Aktien sind Anteilscheine an Unternehmungen des Handels oder der Industrie (Banken, Eisenbahnen, Fabriken, Brauereien u. s. w.); dieselben tragen keinen Zins, sondern einen nach dem Geschäftsgang verschiedenen Gewinnanteil (Dividende).

Prioritäten sind Schuldverschreibungen von Aktiengesellschaften; dieselben gehen in ihren Ansprüchen an Kapital und Zins den Aktien vor.

Bei all diesen Wertpapieren sind wie bei den Staatspapieren Nennwert und Kurswert zu unterscheiden.

Übung.

1) Bei einem Geschäfte hat Jemand 560 ℳ [1539 ℳ, 115,60 ℳ, 28 ℳ] Auslagen und gewinnt dabei 21% [$16\frac{2}{3}$%, 25%, 7,2%]; wie viel beträgt sein wirklicher Gewinn?

2) Es kauft Jemand ein Haus um 74248 ℳ [99500 ℳ, 108000 ℳ] und verkauft dasselbe um 91300 ℳ [104960 ℳ, 118800 ℳ]; wie viel Prozent a. der Einkaufs-, b. der Verkaufssumme hat er gewonnen?

3) Ein Kaufmann kauft eine Ware um 420 ℳ [648 ℳ, 71,40 ℳ] und verliert dabei 5% [$12\frac{1}{2}$%, $6\frac{2}{3}$%] der Einkaufssumme; welches war der Verkaufspreis?

4) Eine Ware, die um 500 ℳ [420 ℳ, 360 ℳ 1400 ℳ] eingekauft wurde, wird um 400 ℳ [378 ℳ, 342 ℳ, 1050 ℳ] verkauft. Wie viel Prozent a. der Einkaufssumme b. der Verkaufssumme betrug der Verlust?

5) Die Bevölkerung einer Stadt betrug im Jahre 1860 327400 [19450] Seelen, im Jahre 1869 [1865] 356866 [19870] Seelen. Um wie viel Prozent der anfänglichen Bevölkerung hat sich dieselbe vermehrt a. im Ganzen, b. in einem Jahre?

6) Eine Klasse zählt 80 [50] Schüler. Von diesen erhielten 10% [4%] die Note I, 25% [22%] die Note II, 45% [64%] die Note III, die übrigen die Note IV. Wie viel waren es bei jeder Note?

7) In einer Stadt von 250000 Einwohnern sind 185000 Katholiken, 37000 Protestanten, 25100 Juden, die übrigen verschiedener Konfession; wie viel Prozent der Bevölkerung treffen auf jede Konfession?

8) Eine Eisenbahn hat auf eine Strecke von 16,8 *km* [475 *m*] eine Steigung von 0,8% [1%]: wie groß ist die Gesamtsteigung?

9) Eine Gebirgsstraße hat auf eine Weglänge von 15,2 *km* [3,5 *km*] eine Steigung von 536 *m* [402,5 *m*]. Wie viel Prozent der Weglänge beträgt die Steigung?

10) Die Isar durchfließt das Stadtgebiet von München in einer Länge von 7,44 *km* und hat dabei ein Gefäll von 23 *m*. Wie viel Prozent der Länge ist dieses?

11) Die atmosphärische Luft enthält ungefähr 0,04% Kohlensäure und 0,004% Ammoniak. Wie viel von diesen Stoffen sind demnach in 2168 *cbm* Luft enthalten?

12) 280 *kg* lufttrockenes Holz enthalten 56 *kg* in den Poren befindliches Wasser, doppelt so viel Wasserstoff und Sauerstoff; das übrige ist Kohlenstoff. Aus den 280 *kg* Holz erhält man ferner durch Verkohlung 70 *kg* Kohle.

a. Wie viel Prozent des Gesamtgewichtes treffen auf Wasser, Sauerstoff und Wasserstoff sowie auf Kohlenstoff?

b. Wie viel Prozent des Gesamtgewichtes erhält man an Kohle?

c. Wie viel Prozent des vorhandenen Kohlenstoffes gehen verloren?

13) Das Spiegelglas enthält 73% Kieselsäure, 5% Kali, 12% Natron, 5% Kalk, 3% Thonerde; wie viel ist daher von diesen Stoffen zu nehmen, um 370 *kg* Spiegelglas zu fabrizieren?

14) Ein Goldstück [Silberstück] wiegt 54,6 *g* [265 *g*] und enthält 6,552 *g* [47,7 *g*] Kupfer; was ist der Feingehalt in Prozenten?

15) Bei einer Epidemie sterben von 480000 [171000] Einwohnern einer Stadt 2880 [1368] Menschen. Wie viel Promillen der Bevölkerung sind dies?

16) Der Versicherungssatz bei einer Mobiliarfeuerversicherung beträgt 1,1‰ [$1\frac{3}{8}$‰, $2\frac{1}{4}$‰]; wie hoch ist die Versicherungsprämie bei einer Versicherungssumme von 15400 ℳ [12500 ℳ, 10275 ℳ]?

17) Wie viel Prozent der Einwohnerzahl sind Katholiken und Protestanten, a. in den acht Kreisen des Königreichs Bayern, b. im ganzen Königreich c. wie viel Prozent der Gesamtbevölkerung des Königreichs treffen auf jeden Kreis? (II, 11).

18) Wie viel Prozent der Gesamtfläche des Königreichs treffen auf jeden der acht Kreise? (XIII, 16).

19) Um wie viel Prozent des ursprünglichen Standes hat sich der Schuldenstand der Gemeinden des Königreichs Bayern von 1880 auf 1881 gemehrt, sowohl in den einzelnen Kreisen als im ganzen Königreich? (XIII, 19).

20) Zu XIII. 21. Wie viel Prozent der Einnahmen und Ausgaben beträgt bei den benannten Staatsanstalten der Reinertrag sowohl für 1882 als auch 1884?

21) Ein Fabrikant hat an einem Fabrikat 200 ℳ [480 ℳ, 9400 ℳ, 16000 ℳ, 37 ℳ] Auslagen und verkauft dasselbe um 440 ℳ [1200 ℳ, 21150 ℳ, 49600 ℳ, 74 ℳ]; wie viel Prozent seiner Auslagen hat er gewonnen?

22) Die Schülerzahl einer Anstalt betrug bei ihrer Gründung 160 [360]; nach drei Jahren hat sie sich um 100% [100%], nach fünf Jahren um 110% [120%], nach sieben Jahren um 150% [175%], nach neun Jahren um $187\frac{1}{2}$% [200%], nach zehn Jahren um $208\frac{1}{4}$% [$216\frac{2}{3}$%] gemehrt. Welches ist der Schülerstand nach diesen Jahren?

23) Jemand verkauft eine Ware um 630 ℳ [220 ℳ, 700 ℳ, 1000 ℳ] und hat dabei 5% [10%, $16\frac{2}{3}$% 25%] der Einkaufssumme gewonnen; welches war die Einkaufssumme?

24) Der Wert einer Ware fiel um 8% [15%, $12\frac{1}{2}$%, $8\frac{1}{3}$%] und steht gegenwärtig auf 920 ℳ [612 ℳ, 812 ℳ, 2508 ℳ]. Welches war der ursprüngliche Stand?

25) Ein Spekulant hat sein Vermögen um 150% [240%, 320%] gemehrt; welches war sein ursprüngliches Vermögen, wenn er gegenwärtig 10000 ℳ [204000 ℳ, 315000 ℳ] besitzt?

---

26) Welchen Zins tragen zu 4, $4\frac{1}{2}$, 5% in einem Jahr nachbenannte Kapitalien?

a. 200 ℳ	b. 500 ℳ	c. 900 ℳ	d. 1300 ℳ	e. 2700 ℳ
f. 150 ℳ	g. 250 ℳ	h. 640 ℳ	i. 1780 ℳ	k. 9320 ℳ
l. 275 ℳ	m. 425 ℳ	n. 1975 ℳ	o. 10825 ℳ	p. 18475 ℳ
q. 830 ℳ	r. 1790 ℳ	s. 2670 ℳ	t. 256 ℳ	u. 852 ℳ
v. 1422 ℳ	w. 934 ℳ	x. 857 ℳ	y. 213 ℳ	z. 1971 ℳ.

27) Desgleichen:

a. 50 ℳ	b. 25 ℳ	c. 75 ℳ	d. 60 ℳ	e. 40 ℳ
f. 70 ℳ	g. 30 ℳ	h. 28 ℳ	i. 76 ℳ	k. 34 ℳ
l. 7 ℳ	m. 81 ℳ	n. 31,50 ℳ	o. 73,60 ℳ	p. 4,25 ℳ

q. 8143,75 ℳ r. 24917,30 ℳ s. 92754,48 ℳ t. 291,64 ℳ
u. 105,73 ℳ v. 1246,79 ℳ w. 41059,93 ℳ x. 864,71 ℳ
y. 1714,28 ℳ z. 900,83 ℳ.

28) Desgleichen:

a. 900 fl b. 2100 fl c. 850 fl d. 75 fl e. 68 fl.
f. 1340 fl g. 4590 fl h. 73 fl i. 5,60 fl k. 1,46 fl.
l. 40000 fr m. 12800 fr n. 875 fr o. 90 fr p. 17,30 fr.

29) Welchen Zins tragen in einem Jahr

a. 800 ℳ zu $3\frac{1}{2}\%$ b. 5600 fl zu $4\frac{1}{5}\%$
c. 720 ℳ zu 6% d. 1900 ℳ zu $3\frac{1}{2}\%$
e. 8450 fr zu $4\frac{1}{5}\%$ f. 93 ℳ zu 6%
g. 4960 ℳ zu $2\frac{1}{2}\%$ h. 96 fl zu $5\frac{1}{4}\%$
i. 8940 ℳ zu 7% k. 580 ℳ zu $4{,}7\%$
l. 24970 fr zu $5{,}3\%$ m. 28000 ℳ zu 10%
n. 3146 ℳ zu $4{,}65\%$ o. 943,80 fl zu $3{,}85\%$
p. 261,80 ℳ zu $11{,}1\%$ q. 1800 ℳ zu $3\frac{1}{3}\%$
r. 279 ℳ zu $4\frac{1}{3}\%$ s. 81,60 ℳ zu $5\frac{2}{3}\%$
t. 740 ℳ zu $4\frac{2}{3}\%$ u. 1894,10 ℳ zu $5\frac{5}{8}\%$
v. 954 fl zu $16\frac{2}{3}\%$ w. 844 ℳ zu 25%
x. 41,60 fr zu $12\frac{1}{2}\%$ y. 192,88 ℳ zu $37\frac{1}{2}\%$?

30) Welches ist das Kapital, das in einem Jahr zu dem beigesetzten Zinsfuß nachbenannten Zins trägt?

zu 5% a. 165 ℳ b. 720 ℳ c. 45 ℳ d. 2400 ℳ
„ 5% e. 81 ℳ f. 9 ℳ g. 736 ℳ h. 1893 ℳ
„ 5% i. 9,50 ℳ k. 173,40 ℳ l. 0,35 ℳ m. 210,63 ℳ
zu 4% n. 160 ℳ o. 832 ℳ p. 74 ℳ q. 559 ℳ
„ 4% r. 91 ℳ s. 4,80 ℳ t. 17,60 ℳ u. 0,76 ℳ
„ 4% v. 5,62 ℳ w. 31,77 ℳ x. 93,51 ℳ y. 5470,87 ℳ.

31) Desgleichen:

zu $4\frac{1}{2}\%$ a. 9 ℳ b. 45 ℳ c. 720 ℳ d. 819 ℳ
„ $4\frac{1}{2}\%$ e. 42 ℳ f. 4359 ℳ g. 43 ℳ h. 13,50 ℳ
„ $4\frac{1}{2}\%$ i. 0,63 ℳ k. 14,59 ℳ l. 47,22 ℳ m. 116,47 ℳ
zu 6% n. 54 ℳ o. 363 ℳ p. 59,22 ℳ q. 21,51 ℳ
„ $2\frac{1}{2}\%$ r. 11 ℳ s. 493 ℳ t. 0,80 ℳ u. 19,24 ℳ
„ $4\frac{1}{5}\%$ v. 21 fl w. 9,80 fl x. 115,50 fl y. 24 ℳ.

32) Desgleichen:

zu $3\frac{1}{3}\%$ a. 900 ℳ b. 1440 ℳ c. 500 fr
„ $3{,}6\%$ d. 288 ℳ e. 3,51 ℳ f. 24,03 fr
„ $4\frac{1}{4}\%$ g. 34 ℳ h. 119 fl i. 37,15 ℳ
„ $5\frac{1}{2}\%$ k. 66 ℳ l. 7,92 ℳ m. 18,50 ℳ
„ $4\frac{2}{3}\%$ n. 350 ℳ o. 1,75 fl p. 18,95 ℳ
„ $12\frac{1}{2}\%$ p. 8 ℳ r. 930 ℳ s. 17,75 ℳ
„ $16\frac{2}{3}\%$ t. 100 ℳ u. 31,40 fl v. 0,92 fr
„ 21% w. 980 ℳ x. 168 fr y. 423 fl.

33) Welches ist der Zinsfuß, wenn nachbenannte Kapitalien in einem Jahr die beigesetzten Zinsen tragen?

a.	400 ℳ Kap.	20 ℳ Zins	b.	1700 ℳ Kap.	68 ℳ Zins
c.	930 „ „	46,50 „ „	d.	2850 „ „	114 „ „
e.	824 fl „	41,20 fl „	f.	8493 fr „	339,72 fr „
g.	600 ℳ „	27 ℳ „	h.	19400 ℳ „	828 ℳ „
i.	9500 „ „	427,50 „ „	k.	386 fl „	17,37 fl „
l.	2200 „ „	77 „ „	m.	7880 fr „	275,80 fr „
n.	17000 „ „	612 „ „	o.	4950 ℳ „	178,20 ℳ „
p.	6144 „ „	384 „ „	q.	938,40 fl „	78,20 fl „
r.	5460 „ „	546 „ „	s.	193,70 fr „	19,37 fr „
t.	3702 „ „	462,75 „ „	u.	143,52 ℳ „	23,92 ℳ „
v.	763 „ „	152,60 „ „	w.	943 fl „	235,75 fl „
x.	9141 „ „	3047 „ „	y.	1640 fr „	820 fr „

34) Desgleichen (auf 2 Decimalen).

a.	954 ℳ	Kapital	40 ℳ	Zins
b.	1763 „	„	90 „	„
c.	3917 „	„	154 „	„
d.	24580 fl	„	1693 fl	„
e.	2146,50 „	„	43,75 „	„
f.	897,40 fr	„	24,96 fr	„
g.	19870 „	„	174,82 „	„
h.	6549 „	„	4351 „	„
i.	92857 „	„	8451 „	„
k.	145860 fl	„	17350 fl	„
l.	459,73 „	„	62,57 „	„
m.	8748 „	„	1731 „	„
n.	43976 „	„	10000 „	„
o.	2356,80 fl	„	700 fl	„ .

35) Welchen Zins tragen:

a.	600 ℳ Kap.	zu 5%	in 2 Jahr.,	b.	750 ℳ Kap.	zu 5%	in 3 Jahr.
c.	1346 „ „	„ 5%	„ 4 „	d.	9380 „ „	„ 5%	„ 7 „
e.	820 „ „	„ 4%	„ 2 „	f.	1375 fl „	„ 4%	„ 5 „
g.	1900 „ „	„ $4\frac{1}{2}$%	„ 2 „	h.	3260 fr „	„ $4\frac{1}{2}$%	„ 9 „
i.	753 „ „	„ $3\frac{1}{4}$%	„ 4 „	k.	3529 ℳ „	„ $8\frac{1}{3}$%	„ 6 „
l.	840 „ „	„ 4%	„ $1\frac{1}{2}$ „	m.	1600 „ „	„ $4\frac{1}{2}$%	„ $1\frac{1}{3}$ „
n.	1720 fl „	„ 6%	„ $1\frac{1}{4}$ „	o.	3460 fr „	„ 5%	„ $2\frac{3}{4}$ „
p.	522 ℳ „	„ 5%	„ $\frac{2}{3}$ „	q.	9146 ℳ „	„ $4\frac{1}{2}$%	„ $\frac{5}{6}$ „
r.	937 „ „	„ 3,6%	„ $\frac{11}{12}$ „	s.	1260 „ „	„ 7%	„ $\frac{5}{12}$ „
t.	5397 „ „	„ 3%	„ $\frac{3}{8}$ „	u.	425 „ „	„ 4%	„ $\frac{7}{24}$ „
v.	684 fl „	„ 5%	„ $\frac{13}{120}$ „	w.	9432 fr „	„ 5%	„ $\frac{23}{180}$ „ ?

36) Desgleichen: *)

a.	2400 ℳ	Kapital	zu	5%	in	7	Monat,
b.	1700 „	„	„	4%	„	5	„
c.	940 „	„	„	3%	„	2	„
d.	8100 „	„	„	$4\frac{1}{2}$%	„	11	„
e.	370 „	„	„	$4\frac{1}{2}$%	„	3	„
f.	500 „	„	„	6%	„	17	„
g.	930 „	„	„	3,6%	„	13	„
h.	1740 „	„	„	$3\frac{1}{2}$%	„	19	„
i.	420 „	„	„	5%	„	$5\frac{1}{2}$	„
k.	936 *fr*	„	„	5%	„	$2\frac{1}{3}$	„
l.	723 ℳ	„	„	4%	„	$7\frac{1}{3}$	„
m.	1583 „	„	„	7%	„	$1\frac{5}{6}$	„
n.	1800 „	„	„	5%	„	37	Tagen,
o.	5400 „	„	„	4%	„	73	„
p.	2550 „	„	„	6%	„	23	„
q.	1900 *fl*	„	„	$4\frac{1}{2}$%	„	55	„
r.	160 ℳ	„	„	$4\frac{1}{2}$%	„	110	„
s.	934 *fr*	„	„	5%	„	108	„
t.	1000 ℳ	„	„	3,6%	„	43	„
u.	725 „	„	„	5%	„	44	„
v.	6400 *fl*	„	„	4,2%	„	21	„
w.	857 *fr*	„	„	4,8%	„	57	„
x.	3453 ℳ	„	„	5%	„	119	„
y.	18547 „	„	„	5,3%	„	143	„ ?

37) Welches Kapital ergibt zu dem beigesetzten Zinsfuß folgende Erträgnisse:

a.	zu	5%	in	2	Jahren	2350	ℳ	Zins,
b.	„	4%	„	3	„	1620	„	„
c.	„	$3\frac{1}{2}$%	„	4	„	217	„	„
d.	„	$4\frac{1}{2}$%	„	5	„	1944	„	„
e.	„	5%	„	$2\frac{1}{2}$	„	732,50	*fl*	„
f.	„	$4\frac{1}{5}$%	„	$2\frac{1}{3}$	„	147	„	„
g.	„	$5\frac{1}{2}$%	„	$\frac{2}{3}$	„	972	ℳ	„
h.	„	10%	„	$5\frac{3}{4}$	„	9200	„	„
i.	„	4%	„	$1\frac{5}{6}$	„	321,50	„	„
k.	„	5%	„	7	Monate	42	„	„
l.	„	$4\frac{1}{2}$%	„	1	„	93,60	„	„
m.	„	6%	„	13	„	54,60	„	„
n.	„	4%	„	5	„	100	*fl*	„

---

*) Das Jahr wird in der Zeitrechnung zu 12 Monaten, der Monat zu 30 Tagen, das Jahr also zu 360 Tagen gerechnet.

o.	zu $3\frac{1}{2}\%$	in	8 Jahren	21,70	*fr*	Zins
p.	„ 5%	„	$2\frac{1}{2}$ „	400	ℳ	„
q.	„ $5\frac{1}{4}\%$	„	$1\frac{1}{3}$ „	147	„	„
r.	„ $4{,}5\%$	„	$5\frac{1}{2}$ „	29,70	„	„
s.	„ 4%	„	$7\frac{1}{3}$ „	50	*fl*	„
t.	„ $3{,}6\%$	„	$11\frac{1}{2}$ „	214	*fr*	„
u.	„ 6%	„	17 Tagen	3,40	ℳ	„
v.	„ 5%	„	37 „	18,50	ℳ	„
w.	„ $4{,}5\%$	„	43 „	32,25	*fl*	„
x.	„ $3{,}6\%$	„	67 „	46,70	*fr*	„
y.	„ $5{,}4\%$	„	53 „	795	ℳ	„
z.	„ 4%	„	81 „	40	„	„ ?

38) Welches ist der Zinsfuß, wenn nachbenannte Kapitalien die angegeben Zinsen tragen?

a.	1600	ℳ	Kap.	in 3 Jahren	192	ℳ	Zins
b	4700	ℳ	„	„ 5 „	1175	ℳ	„
c.	2600	*fl*	„	„ $2\frac{1}{3}$ „	573	*fl*	„
d.	1950	ℳ	„	„ $\frac{2}{3}$ „	39	ℳ	„
e.	850	ℳ	„	„ $\frac{7}{6}$ „	59,50	ℳ	„
f.	3948	*fl*	„	„ $1\frac{1}{12}$ „	299,30	*fl*	„
g.	4567	*fr*	„	„ $\frac{13}{24}$ „	180	*fr*	„
h.	18940,50	ℳ	„	„ $2\frac{3}{4}$ „	2560	ℳ	„
i.	9000	ℳ	„	„ 9 Monaten	270	ℳ	„
k.	4200	ℳ	„	„ 10 „	175	ℳ	„
l.	2400	ℳ	„	„ 11 „	99	ℳ	„
m.	13460	ℳ	„	„ 17 „	1144,10	ℳ	„
n.	5340	*fl*	„	„ $5\frac{1}{2}$ „	88,11	*fl*	„
o.	6504	*fr*	„	„ $7\frac{1}{3}$ „	417,34	*fr*	„
p.	9480	ℳ	„	„ $13\frac{1}{2}$ „	600	ℳ	„
q.	21760	ℳ	„	„ $8\frac{1}{3}$ „	425	ℳ	„
r.	10800	ℳ	„	„ 29 Tagen	43,50	ℳ	„
s.	62400	ℳ	„	„ 47 „	366,60	ℳ	„
t.	846	*fl*	„	„ 75 „	7,05	*fl*	„
u.	8700	*fr*	„	„ 109 „	94,83	*fr*	„
v.	15483	ℳ	„	„ 65 „	150	ℳ	„
w.	9764,80	*fl*	„	„ 279 „	731	*fl*	„ .

39) In welcher Zeit tragen nachbenannte Kapitalien zu dem beigesetzten Zinsfuß die angegebenen Zinsen?

a.	9200	ℳ	Kapital	zu 5%	460	ℳ	Zins;
b.	1700	ℳ	„	„ $4\frac{1}{2}\%$	76,50	ℳ	„
c.	8432	*fl*	„	„ 4%	337,28	*fl*	„
d.	746	*fr*	„	„ $3\frac{1}{2}\%$	26,11	*fr*	„
e.	2700	ℳ	„	„ 5%	270	ℳ	„

f.	10500 ℳ	Kapitel	zu	4%	1260 ℳ	Zins
g.	654 ℳ	"	"	3%	98,10 ℳ	"
h.	326 ℳ	"	"	$2\frac{1}{2}$%	81,50 ℳ	"
i.	517 *fl*	"	"	4%	15,51 *fl*	"
k.	3720 *fr*	"	"	6%	186 *fr*	"
l.	6140 ℳ	"	"	3,6%	18,42 ℳ	"
m.	2500 ℳ	"	"	4,2%	61,25 ℳ	"
n.	9000 ℳ	"	"	4%	23 ℳ	"
o.	7600 ℳ	"	"	$4\frac{1}{2}$%	50,53 ℳ	"
p.	4000 ℳ	"	"	3,6%	24,40 ℳ	"
q.	6300 ℳ	"	"	7%	53,90 ℳ	"
r.	8760 *fl*	"	"	6%	1300 *fl*	"
s.	534,80 *fr*	"	"	$4\frac{1}{2}$%	54,90 *fr*	"
t.	17850 ℳ	"	"	3%	306 ℳ	"
u.	29475 ℳ	"	"	8%	523 ℳ	".

40) Zum Beginne eines Geschäftes nimmt jemand folgende Kapitalien auf: 15400 ℳ zu 4,5% [21600 ℳ zu 4%], 9050 ℳ zu 5% [14300 ℳ zu $4\frac{1}{2}$%] und 18350 ℳ zu 5,2% [7300 ℳ zu 5%]; wieviel Zins hat er halbjährig zu entrichten?

41) Ein Hausbesitzer hat auf einem Haus folgende Schulden: Ewiggeld 5400 ℳ zu 3% [9300 ℳ zu $3\frac{1}{2}$%], erste Hypothek 63000 ℳ zu 4% [51800 ℳ zu 4%], zweite Hypothek 35000 ℳ zu $4\frac{1}{2}$% [41900 ℳ zu $4\frac{1}{2}$%]. Seine Jahreseinnahme ist 6700 ℳ [7300 ℳ]. Wieviel bleibt dem Eigentümer nach Abzahlung der Zinsen jährlich übrig?

42) Ein Landgut wird um 45600 ℳ [135000 ℳ] verkauft. Der Käufer kann nur die Hälfte des Kaufschillings aus eigenen Mitteln erlegen, ein Drittel läßt der Verkäufer zu 4% verzinslich als erste Hypothek auf dem Anwesen, zur Bezahlung des Restes aber muß der Käufer ein mit 5% verzinsliches Kapital aufnehmen. Wenn nun der Käufer für sein Geld wenigstens $4\frac{1}{4}$% [4%] Zinsen erhofft, wie hoch muß demnach der Reinertrag des Gutes wenigstens sein?

43) Ein Haus liefert folgende jährliche Erträgnisse: Erdgeschoß 650 ℳ [960 ℳ], erster Stock 1150 ℳ [1420 ℳ], zweiter Stock 980 ℳ [1280 ℳ], dritter Stock 840 ℳ [1100 ℳ], Nebengebäude 340 ℳ [250 ℳ]. Lasten sind: für Unterhaltung ꝛc. 260 ℳ [430 ℳ], Steuern ꝛc. 115,80 ℳ [396 ℳ]. Wie hoch in der Kapitalwert des Hauses, den Zinsfuß zu 4%, $4\frac{1}{2}$%, 5%, 5,4% angenommen?

44) Auf einem Grundstück lastet ein Bodenzins von 51,16 ℳ [37,60 ℳ] jährlich. Um welchen Kapitalbetrag kann derselbe abgelöst werden, wenn 4,1% [3,2%] Zinsen vereinbart sind?

45) Eine Fabrik ist mit einem Aktienkapital von 3575000 ℳ [596000 ℳ] gegründet und ergibt in einem Betriebshalbjahr einen Reingewinn von 140000 ℳ [21700 ℳ]. Zu wie viel Prozent hat sich das Kapital verzinst?

46) Jemand wird in einem Prozesse verurteilt, eine Summe von 18520 ℳ [650 ℳ] samt den Zinsen zu $4\frac{1}{2}$% [5%] seit $7\frac{1}{4}$ [$4\frac{1}{3}$] Jahren zu bezahlen. Wie groß ist die zu zahlende Summe?

47) Ein Wucherer leiht Jemand 450 ℳ [600 ℳ] unter der Bedingung, daß er nach $4\frac{1}{2}$ [$7\frac{1}{2}$] Monaten 500 ℳ [675 ℳ] zurückbezahle. Wie viel Prozent Zins hat derselbe genommen?

48) Jemand deponiert auf einer Bank gegen 2,5% [2%] Zinsen eine Summe von 982 ℳ [760 ℳ]; in welcher Zeit wird dieselbe samt den Zinsen 1000 ℳ [800 ℳ] betragen?

49) Stand der bair. Staatsschuld

	Ende 1881	Ende 1883
a. allgemeine Staatsschuld	235982000 ℳ	238068000 ℳ
b. Eisenbahnschuld	944475000 ℳ	945678000 ℳ
c. Grundrentenschuld	167213000 ℳ	164286000 ℳ

Zinsen zu 4% im einzelnen wie im ganzen?

50) Zu XIII. 21. Die Zinsen zu 49 **b** sind aus dem Reinerträgnis der bayrischen Staatsbahn für 1882 und 1884 zu entnehmen;

a. deckt dieses Reinerträgnis die Zinsen; **b.** wieviel fehlt oder ist Ueberschuß; **c.** wieviel Prozent der Eisenbahnschuld ist der Reinertrag?

51) Zu XIII 19. Welches sind die Zinsen zu $4\frac{1}{2}$% aus den Gemeindeschulden des Königreichs Bayern sowohl für die einzelnen Kreise als im ganzen? (1880 u. 1881.)

52) Oesterreichische Staatsschuld: **a.** allgemeine Staatsschuld 2773000000 *fl* **b.** Schuld der Länder diesseits der Leitha 500200000 **c.** Ungarische Schuld 122540000 *fl.* Zinsen hieraus **a** und **b** zu $4\frac{1}{5}$% **c** zu 5%?

53) Frankreich verwendet auf die Verzinsung seiner Staatsschuld jährlich 1318000000 *fr.* Wie groß ist die Schuld bei einem Zinsfuße von $4\frac{1}{2}$%?

54) In welcher Zeit verdoppelt sich ein Kapital durch die erwachsenden Zinsen **a.** bei 5%, **b.** bei 4%?

55) Wie hoch beläuft sich ein Kapital von 1000 ℳ nach 1, 2, ... 10 Jahren, wenn die Zinsen zum Kapital geschlagen und mitverzinst werden. **a.** bei 10%, **b.** bei 5%, **c.** bei 4%?

56) Für eine seit $1\frac{1}{2}$ Jahren [9 Mt.[110a]), 128^d, 5 Mt. ausstehende Schuld werden samt den Zinsen zu 5% [4%, $4\frac{1}{2}$%] $4\frac{1}{3}$%] 2633,75 ℳ [943,48 ℳ, 2032 ℳ, 14658 ℳ] zurückbezahlt. Wie groß war die Schuld?

57) Welches ist der bare Wert von 1518,75 ℳ[111]) [4000 ℳ, 1960 ℳ 858 ℳ] zahlbar nach 3 Monaten $1\frac{1}{3}$ Monaten, 129^d, 15^d] bei 5% [6%, 6%, 6%] Zins?

58) Bei einem Kaufe wird festgesetzt, daß der Käufer den Kaufschilling in folgenden Raten zu zahlen habe: 7000 ℳ nach 3 Monaten [9000 ℳ nach 4 Monaten], 6000 ℳ nach 6 Monaten, [12000 ℳ nach 7 Monaten], 8000 ℳ nach 9 Monaten [15000 ℳ nach 10 Monaten]. Welches ist der Barwert des ganzen Kaufschillings bei $4\frac{1}{2}$ % [6%] Zins?

59) Berechne den baaren Wert folgender Summen:

a. 3200 ℳ		zahlbar	nach	1	Jahr	bei	5%	Diskonto;
b. 450 ℳ		„	„	1	„	„	4%	„
c. 10000 ℳ		„	„	6	Monaten	„	$4\frac{1}{2}$%	„
d. 9524 ℳ		„	„	6	„	„	$5\frac{1}{2}$%	„
e. 1900 *fl*		„	„	9	„	„	4%	„
f. 3645 *fr*		„	„	7	„	„	5%	„
g. 186 ℳ		„	„	3	„	„	4,5%	„
h. 246,50 ℳ		„	„	2	„	„	6%	„
i. 943,60	„	„	„	1	„	„	4,8%	„
k. 3600	„	„	„	23	Tagen	„	5%	„
l. 456	„	„	„	37	„	„	6%	„
m. 4327	„	„	„	160	„	„	4,2%	„
n. 583,20	„	„	„	81	„	„	$5\frac{1}{4}$%	„
o. 92	„	„	„	125	„	„	3,6%	„

60) Ein Wechsel lautend auf 2460 ℳ [1582,50 ℳ] zahlbar am 15. Juni 1876 [22. Dezember 1876] wird am 20. Mai 1876 [10. November 1876] umgesetzt (diskontiert); was ist dessen barer Wert bei $4\frac{1}{2}$% [5%] Diskonto?

61) Ein Wechsel, welcher nach 72^d[112]) [1 Mt.] fällig ist, wird bei einem Diskonto von 5% [$7\frac{1}{2}$%] mit 841,50 ℳ [2906,25 ℳ] eingelöst. Wie hoch war der Betrag des Wechsels?

62) Für einen Wechsel auf 185 ℳ[113]) [2800 ℳ[114])] zahlbar nach 4 Monaten [$1\frac{1}{2}$ Mt.] wurden 181,30 ℳ [2773,75 ℳ] bar bezahlt; wie hoch war der Diskonto?

63) Ein Großhändler gewährt bei Barzahlung 6% [$5\frac{1}{2}$%, $7\frac{1}{2}$%] Skonto. Wie groß ist die Barzahlung bei einem Einkaufe von 2155 ℳ [12856 ℳ, 2187 ℳ]?

64) Ein Geschäftsmann gewährt bei größerer Abnahme $3\frac{1}{2}$% [4,8%] Rabatt. Wie groß ist die Barzahlung bei einem Einkaufe von 565,80 ℳ [927,60 ℳ]?

65) Ein Kommissionär vermittelt ein Geschäft von 29860 ℳ [35048 ℳ, 11100 ℳ] und verlangt 2‰ [4‰, 6‰] Provision. Wie hoch ist die letztere?

Münchner Kurs vom 30. Januar 1885.

Zinsfuß		Kurs in Prozenten des Nennwertes.
4%	Deutsche Reichsanleihe	103,80
$3\frac{1}{2}$%	bayr. Staatsobligationen (in Gulden)	99,60
4%	„ „ (in Mark)	103,60
4%	Obligationen des Kreises Oberbayern	102
4%	österr. Goldrente (1 *fl* = 2 ℳ) Zinsen in Gold (1 *fl* = 2 ℳ)	88,20
$4\frac{1}{5}$%	österr. Silberrente (1 *fl* = 2 ℳ) (Zins in österr. Silber 1 *fl* = 1,66 ℳ)	69,30
$4\frac{1}{5}$%	österr. Papierrente (1 *fl* = 2 ℳ) (Zins in österr. Papier 1 *fl* = 1,65 ℳ)	68,60
4%	ungar. Goldrente (1 *fl* = 2 ℳ)	81,20
$4\frac{1}{2}$%	Stadt-Münchner-Anleihe	102
$3\frac{1}{2}$%	Pfandbriefe der bayr. Vereinsbank	94
4%	„ „ „ Hyp. und Wechselbank	101,80
	Aktien der Pfälz. Ludwigs-Bahn à 500 *fl* s. W.	212,50
	„ „ Gotthardbahn à 500 *fr* (1 *fr* = 0,80 ℳ)	108
	„ „ deutschen Reichsbank à 3000 ℳ	143,60
	„ „ Löwenbrauerei à 500 ℳ	212
	„ „ Maximilianshütte à 500 *fl* s. W.	395
	„ „ Münchner Trambahn à 500 ℳ	121
5%	Prioritäten der Münchner Trambahn	105
4%	„ „ Franz-Joseph-Bahn (1 *fl* = 2 ℳ)	75
5%	„ „ österr. Südbahn (1 *fr* = 0,80 ℳ)	103.

66) Berechne nach obigem Kurs den Wert folgender Papiere:

a. 6000 ℳ deutsche Reichsanleihe,
b. 1400 *fl* bayr. Staatspapiere zu $3\frac{1}{2}$%,
c. 18400 ℳ „ „ „ 4%,
d. 9600 *fl* österr. Goldrente,
e. 4200 *fl* „ Silberrente,
f. 21400 *fl* österr. Papierrente,

g. 3000 ℳ Stadt-Münchner-Anleihe zu $4\frac{1}{2}$ %,
h. 600 ℳ Pfandbriefe d. bayr. Vereinsbank zu $3\frac{1}{2}$ %,
i. 4800 ℳ " " " Hyp. u. Wechs.-B.,
k. 4 Stück Aktien der pfälz. Ludwigs-Bahn,
l. 9 " " " Gotthardbahn,
m. 1 " " " deutschen Reichsbank,
n. 7 " " " Maximilianshütte,
o. 2000 ℳ Prioritäten der Münchner Trambahn,
p. 15000 *fr* " " österr. Südbahn.

167) Berechne zu 66 a mit i und o mit p den Jahreszins (nach dem Nennwert).

68) Wir kaufen nach obigem Kurs am 31. Januar 85:

a. 6400 ℳ 4 % bayr. Staatspapiere mit Zins seit 1. Okt. 84.
b. 7200 *fl* öst. Goldrente " " " 1. Jan. 85.
c. 9000 *fl* " Silberrente " " " 1. Nov. 84.
d. 7400 *fl* ungar. Goldrente " " " 1. Jan. 85.

Welches ist der Kaufwert dieser Papiere?

69) Ein Kapitalist vertauscht 7600 ℳ 4 % bayr. Staatspapiere gegen 8000 ℳ $3\frac{1}{2}$ % Pfandbriefe der bayr. Vereinsbank;
a. welches ist die Differenz des Kapitals?
b der Zinsen?

70) Desgleichen bei einem Tausch von 4500 *fl* öst. Silberrente gegen 3800 *fl* ungar. Goldrente?

71) Zu wieviel Prozent des Kurswertes rentieren sich
a. bayr. Staatspapiere zu 4 %.
b. österr. Goldrente,
c. ungar. Goldrente,
d. Pfandbriefe d. bayr. Vereinsbank zu 3 %.
e. Prioritäten d. öst. Südbahn zu 5 %?

72) Es kauft jemand:

a. 9000 ℳ Gemeindeobligationen um 8820 ℳ,
b. 1200 ℳ Bodenkreditobligationen um 1218 ℳ,
c. 7000 *fl* s. W. Pfandbriefe um 11772 ℳ,
d. 600 Thaler bayr. Prämienobligat. um 2430 ℳ,
e. 4500 *fr* französische Staatspapiere um 4068 ℳ,
f. 6200 *fl* ungarische Papierrente um 9424 ℳ,
g. 4 Stück Bergwerkaktien à 500 ℳ um 2150 ℳ,
h. 8 " Bankaktien à 1000 ℳ um 5200 ℳ.

Zu welchem Kurs hat er gekauft?

73) Ein Kapitalist beabsichtigt anzulegen:

a. 7300 ℳ Bargeld in deutscher Reichsanleihe,
b. 2400 ℳ " in österr. Goldrente,
c. 5100 ℳ " in Pfandbriefen d. b. H. u. W. B.
d. 6400 ℳ " in Löwenbräuaktien,
e. 1800 ℳ " in Aktien d. pfälz. Ludw.-Bahn.

Welchen Nennwert erhält er?
(a, b, c auf 100, d und e auf Stücke abgerundet. Kurs wie oben).

74) Ein Spekulant verkauft zu obigem Kurs:

a. 11000 fl ungar. Goldrente,
b. 4 St. Gotthardbahnaktien,
c. 12 Stück Löwenbräuaktien,
d. 3 " Münchner Trambahnaktien,
e. 5000 fl Franz-Joseph-Bahn-Prioritäten.

Dieselben Papiere hat er früher gekauft zum Kurs:

a. 74,5. b. 113,4. c. 230,6. d. 107,4. e. 69,7.

Wieviel hat er gewonnen oder verloren?

75) Ein Spekulant kauft 50 Stück Bankaktien à 500 ℳ zum Kurse 106; später verkauft er 18 Stück zu 111, 20 Stück zu 113,5, den Rest zu 105,25. Welches ist sein Gewinn?

XXVII. Proportionen.

§ 103. Die Zahl, welche angibt, wie oft eine Zahl in einer andern enthalten ist, nennt man auch das Verhältnis der beiden Zahlen.

Das Verhältnis zweier Zahlen ist nichts anderes als der Quotient dieser Zahlen.

12 : 3 = 4 (12 gemessen durch 3)
27 *m* : 9 *m* = 3.
8 ℳ : 12 ℳ = 2 : 3.

Man liest „12 verhält sich zu 3" oder „12 zu 3".
„27 *m* " " " 9 *m*" " „27 *m* zu 9 *m*".
„8 ℳ zu 12 ℳ wie 2 zu 3".

Die beiden Zahlen eines Verhältnisses heißen dessen Glieder.

§ 104. Der Wert eines Verhältnisses wird nicht geändert, wenn man die beiden Glieder mit derselben Zahl multipliziert oder durch dieselbe Zahl dividiert.

Hiernach ist es möglich:

a) Verhältnisse zu vereinfachen,

b) mehreren Verhältnissen gleiche erste oder gleiche zweite Glieder zu geben,

c) in den Gliedern eines Verhältnisses die Brüche zu beseitigen,

d) das erste Glied auf die Einheit oder eine beliebige andere Zahl zu bringen,

e) das zweite Glied auf Hundert (Prozente) oder eine beliebige andere Zahl zu bringen,

Verhältnisse lassen sich auch als Decimalbrüche angeben; z. B. 3 : 4 = 0,75.

§ 105. Ein Verhältnis kann auch aus drei oder mehr Gliedern bestehen; z. B.

$$8 : 9 : 17 : 21.$$

In einem solchen zusammengezogenen Verhältnis sind mehrere einfache enthalten, nämlich:

$$8 : 9, \quad 8 : 17, \quad 8 : 21, \quad 9 : 17, \quad 9 : 21, \quad 17 : 21.$$

§ 106. Die Gleichheit zweier Verhältnisse heißt Proportion z. B.

$$24 : 32 = 15 : 20$$

(24 zu 32 wie 15 zu 20).

Eine Proportion hat vier Glieder. Es heißen:
das erste und vierte äußere Glieder,
das zweite und dritte innere Glieder,
das erste und dritte }
das zweite und vierte } homologe Glieder.

Die Gleichheit zweier zusammengezogenen Verhältnisse liefert eine zusammengezogene Proportion; eine solche zerfällt in die entsprechenden einfachen Proportionen. Z. B.

$$9 : 7 : 13 = 18 : 14 : 26.$$

$$\left.\begin{array}{l} 9 : 7 = 18 : 14. \\ 9 : 13 = 18 : 26. \\ 7 : 13 = 14 : 26. \end{array}\right\}$$

§ 107. Für eine jede Proportion, z. B.

$$18 : 24 = 21 : 28$$

findet man, wenn man beiderseits mit 24 und 28 multipliziert

$$18 : 24 \cdot 24 \cdot 28 = 21 : 28 \cdot 24 \cdot 28$$

oder

$$18 \cdot 28 = 21 \cdot 24,$$

d. h. **in jeder Proportion ist das Produkt der beiden äußeren Glieder gleich dem Produkt der beiden inneren Glieder.**

§ 108. 1) Umgekehrt: Aus der Gleichheit zweier Produkte läßt sich eine Proportion bilden, wenn man die Faktoren des einen Produktes zu äußeren, die Faktoren des andern Produktes zu inneren Gliedern macht. Z. B.

aus $9 \cdot 4 = 12 \cdot 3$
folgt $9 : 12 = 3 : 4$
oder $12 : 4 = 9 : 3$ u. s. w.

2) Hieraus folgt ferner:

Die Richtigkeit einer Proportion wird nicht geändert, wenn man die äußeren oder inneren Glieder unter sich, oder wenn man die äußeren Glieder mit den inneren vertauscht.

Z. B. $10 : 12 = 15 : 18$
$10 : 15 = 12 : 18$
$18 : 12 = 15 : 10$
$18 : 15 = 12 : 10$

3) Wenn $18 : 24 = 21 : 28$ $[18 \cdot 28 = 24 \cdot 21]$,
so ist auch $36 : 24 = 42 : 28$ $[36 \cdot 28 = 24 \cdot 42]$,
oder $6 : 8 = 21 : 28$ $[6 \cdot 28 = 8 \cdot 21]$,
oder $18 : 6 = 21 : 7$ $[18 \cdot 7 = 6 \cdot 21]$, u. s. w.;

d. h. die Richtigkeit einer Proportion wird nicht geändert, wenn man ein äußeres und ein inneres Glied mit derselben Zahl multipliziert oder durch dieselbe Zahl dividiert.

§ 109. In einer Proportion bestimmen drei Glieder das vierte. Nämlich:

1) $12 : 15 = 28 : x.$
$12 \cdot x = 15 \cdot 28.$
$$x = \frac{15 \cdot 28}{12} = 35.$$
$12 : 15 = 28 : 35.$

2) $x : 16 = 7 : 14.$
$x \cdot 14 = 16 \cdot 7.$
$$x = \frac{16 \cdot 7}{14} = 8.$$
$8 : 16 = 7 : 14.$

D. h. in einer Proportion findet man ein äußeres Glied, indem man das Produkt der beiden inneren Glieder durch das andere äußere Glied dividiert.

2) $24 : 15 = x : 35.$
$15 \cdot x = 24 \cdot 35.$
$$x = \frac{24 \cdot 35}{15} = 56.$$
$24 : 15 = 56 : 35.$

$26 : x = 12 : 6$
$x \cdot 12 = 26 \cdot 6$
$$x = \frac{26 \cdot 6}{12} = 13.$$
$26 : 13 = 12 : 6.$

D. h. in einer Proportion findet man ein inneres Glied, indem man das Produkt der beiden äußeren Glieder durch das andere innere Glied dividiert.

§ 110. Die Proportionen können Anwendung finden zur Lösung der Aufgaben über den Dreisatz.

1. Beispiel. (§ 97, 1.)

Länge.	Preis.
24 *m*	228 ℳ
150 *m*	x ℳ

Je größer die Länge, desto größer der Preis; die Längen verhalten sich wie die Preise; — direkte Proportionalität —

$$24 : 150 = 228 : x.$$

$$x = \frac{150 \cdot 228}{24} = 1425.$$

Preis 1425 ℳ.

2. Beispiel. (§ 97, 2).

Zeit.	Weg.
$7\frac{1}{2}d$	x *km*
$3d$	80 *km*

Je größer die Zeit, desto länger der Weg.

$$7\tfrac{1}{2} : 3 = x : 80$$

$$x = \frac{7\frac{1}{2} \cdot 80}{3} = 200$$

Weg 200 *km*.

3. Beispiel. (§ 97, 4).

Zahl der Arbeiter.	Zeit.
18	16*d*
24	x *d*

Je mehr Arbeiter, desto weniger Zeit; die Zahlen der Arbeiter verhalten sich umgekehrt wie die Zeiten; — umgekehrte Proportionalität. —

$$18 : 24 = x : 16$$

$$x = \frac{18 \cdot 16}{24} = 12.$$

Zeit 12 Tage.

4. Beispiel. (§ 98, 1).

Länge.	Breite.	Preis.
24 *m*	1,5 *m*	228 ℳ
150 *m*	1,2 *m*	x ℳ

Länge und Preis sind direkt proportional;
Breite und Preis sind direkt proportional.

Bei gleicher Breite: $228 : x = 24 : 150$
bei gleicher Länge: $228 : x = 1,5 : 1,2$

$$228 : x = (24 \cdot 1,5) : (150 \cdot 1,2)$$

$$x = \frac{228 \cdot 150 \cdot 1,2}{24 \cdot 1,5} = 1140.$$

Preis 1140 ℳ.

5. Beispiel. (§ 98, 2)

Zahl der Arbeiter.	Zahl der Stücke.	Zeit.
24	560	x *d*
18	350	16

Zahl der Arbeiter und Zeit sind umgekehrt proportional; Zahl der Stücke und Zeit sind direkt proportional.

Bei gleicher Stückzahl: $x : 16 = 18 : 24$ }
bei gleicher Arbeiterzahl: $x : 16 = 560 : 350$ }

$$x : 16 = (18 \cdot 560) : (24 \cdot 350)$$

$$x = \frac{16 \cdot 18 \cdot 560}{24 \cdot 350} = 19{,}2.$$

Zeit 19,2 Tage.

Übung.

1) Welches ist das Verhältnis der Zahlen:
a. 11 und 7? b. 9 und 15? c. $6\frac{1}{3}$ und $2\frac{5}{7}$?
d. 15,24 und 9,48? e. 1 und 0,15? f. 1 und $1\frac{7}{8}$?
g. 5,2 *m* und 7,8 *m*? h. $2\frac{2}{3}^h$ und 3^h? i. 0,24 *l* und 1 *l*.

2) Bringe folgende Verhältnisse auf die einfachste ganzzahlige Form:
a. 21 : 35. b. 144 : 96. c. 37 : 111.
d. 3233 : 2491. e. $7\frac{1}{2} : 9$. f. $\frac{1}{3} : 2$.
g. $5\frac{1}{4} : 3\frac{7}{8}$. h. $8\frac{1}{3} : 10\frac{5}{7}$. i. $4\frac{4}{11} : 4\frac{8}{43}$.
k. $2\frac{8}{15} : 2\frac{17}{20}$. l. 1,2 : 0,36. m. 0,486 : 0,72.
n. 27 ℳ : 36 ℳ. o. 15,3 *kg* : 18,7 *kg*. p. 0,96 *qm* : 0,72 *qm*.
q. 7^h 22′30″ : 29^h 30′.

3) Mache in folgenden Verhältnissen die zweiten Glieder einander gleich.
a. 1 : 5 und 2 : 7. b. 2 : 27 und 11 : 36. c. $9\frac{1}{2} : 4$ und $7\frac{1}{3} : 8$.
d. $2\frac{2}{3} : 5\frac{1}{3}$ und $3\frac{1}{6} : 9\frac{1}{2}$. e. 12,8 : 8 und 7,2 : 12.
f. 9,6 ℳ : 6 ℳ und 7,8 *m* : 5,2 *m*.

4) Bringe in nachfolgenden Verhältnissen das erste Glied auf die Einheit:
a. 11 : 55. b. 7 : 15. c. 18 : 5.
d. $9\frac{3}{4} : 12\frac{1}{2}$. e. $\frac{3}{5} : 1\frac{7}{15}$. f. 7,25 : 6,75.
g. 6,4 ℳ : 14,4 ℳ. h. 2,7 *m* : 0,9 *m* i. $5\frac{1}{2}$ *kg* : 1 *kg*.

5) Drücke die nachfolgenden Verhältnisse in Prozenten aus:
a. 3 : 4. b. 33 : 88. c. $13 : 8\frac{1}{3}$. d. 5,7 : 15,2.
e. 14 : 21. f. $4\frac{1}{6} : 5$. g. 96 ℳ : 72 ℳ. h. 47 ℳ : 94 ℳ.
i. $3^d\ 4^h : 19^d$.

6) Gib folgende Verhältnisse in Form von Decimalbrüchen:
a. 1 : 2. b. 28 : 35. c. 81 : 60. d. 7 ℳ : 2,24 ℳ.
e. 55 *l* : 66 *l*. f. 0,2 *kg* : 0,33 *kg*.

7) Bringe die folgenden zusammengezogenen Verhältnisse auf die einfachste Form:

a. $15 : 21 : 27$. b. $19\frac{1}{2} : 7\frac{1}{3} : 5\frac{5}{6}$.
c. $4\frac{1}{6} : 11\frac{2}{3} : 32\frac{1}{2}$. d. $3{,}6\,m : 4{,}8\,m : 8{,}4\,m : 1{,}08\,m$.

8) Von zwei Weinsorten kostet die eine per Liter 1,45 ℳ, die andere 1,25 ℳ. Was ist das Verhältnis ihrer Werte?

9) Welches ist das Wertverhältnis des Feinsilbers zum Feingold?

10) Von zwei Reisenden macht der eine täglich 25,6 *km*, der andere 19,2 *km*. Welches ist das Verhältnis dieser Weglängen?

11) Ein Beamter zahlte 480 ℳ Wohnungsmiete und wurde auf 576 ℳ gesteigert. Wie viel beträgt die Steigerung im Verhältnis zur früheren Miete? (Auch in Prozenten anzugeben.)

12) Eine Arbeit soll in 165^d vollendet werden, wird aber schon in 143^d fertig. Um wie viel wird die Arbeit früher fertig im Verhältnis zum ursprünglichen Termin?

13 Welches ist das Verhältnis a. des bayerischen, b. des Pariser, c. des preußischen Fuß zum Meter? (XXV, 102 u. 103).

14) Welches ist das Verhältnis a. des bayerischen Eimers, b. des bayerischen Schäffels zum Hektoliter? (XXV, 104 u. 105).

15) Wie verhalten sich der bayerische, Pariser und preußische Fuß zu einander? (XXV, 102 u. 103).

16) Wie verhalten sich die Einheiten der süddeutschen, norddeutschen, österreichischen und französischen Währung zur deutschen Reichswährung und unter sich? (XXV, 98).

---

17) Welche Verstellungen der Glieder kann man in folgenden Proportionen vornehmen, ohne deren Richtigkeit zu stören:

a. $14 : 21 = 18 : 27$; b. $36 : 30 = 42 : 35$?

18) Suche in folgenden Proportionen das unbekannte Glied:

a. $18 : 21 = 24 : x$. b. $27 : 21 = 39 : x$.
c. $8\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} = 34 : x$. d. $7\frac{4}{5} : 8\frac{2}{3} = 8{,}4 : x$.
e. $2{,}56 : 5{,}8 = 19{,}2 : x$. f. $7{,}9 : 4 = 0{,}395 : x$.
g. $54 : 42 = x : 49$. h. $9{,}1 : 0{,}78 = x : 0{,}17$.
i. $17\frac{6}{7} : 75 = x : 6{,}3$. k. $39 : x = 15 : 7$.
l. $3\frac{5}{11} : x = 2\frac{5}{7} : 16\frac{1}{2}$. m: $0{,}9 : x = 15{,}12 : 33{,}6$.
n. $x : 29 = 119 : 34$. o. $x : 0{,}63 = 0{,}84 : 0{,}54$.
p. $x : 18\frac{7}{9} = 2\frac{5}{11} : \frac{13}{53}$ q. $x : 10\frac{5}{7} = 0{,}49 : 1{,}5$.

19) Desgleichen:

a. $(36 \cdot 55) : (66 \cdot 81) = 29 : x$.
b. $\frac{9}{35} : (126{,}5 \cdot 6\frac{6}{7}) = (20{,}75 \cdot \frac{1}{4}) : x$.
c. $x : 4{,}5 = \left(\frac{1}{1845} \cdot 123\right) : \left(66{,}6 \cdot \frac{1}{40{,}7}\right)$. [115]
d. $5{,}1 : x = \left(\frac{1}{9\frac{3}{5}} \cdot \frac{1}{7\frac{1}{9}}\right) : \left(\frac{1}{6{,}4} \cdot \frac{1}{0{,}72}\right)$. [116]

20) Zwei Zahlen verhalten sich wie 2 : 3 [1 : 5, $2\frac{1}{3}$: $3\frac{3}{4}$ 0,92 : 0,96]; wenn nun die erste Zahl 16 [37, 21, 4,6] ist, welches ist die zweite?

21) Zwei Zahlen verhalten sich wie 4 : 9 [19 : 29, $\frac{2}{5}$: $\frac{7}{8}$, 2,16 : 1,92]; wenn nun die zweite Zahl 54 [$17\frac{2}{5}$, $8\frac{3}{4}$, 0,7] ist, welches ist die erste?

22) Zwei Zahlen verhalten sich umgekehrt wie die Zahlen 5 und 7 [$2\frac{1}{2}$ und $5\frac{1}{4}$]; welches ist

a. die erste Zahl, wenn die zweite 4,2 [2,1] ist?

b. die zweite Zahl, wenn die erste 9 [$7\frac{7}{8}$] ist?

23) Das Verhältnis zweier Zahlen ist 1,5 [0,47]. Welches ist

a. die erste Zahl, wenn die zweite 4,8 [53] ist?

b. die zweite Zahl, wenn die erste $7\frac{1}{3}$ [1,41] ist?

24) Die Werte zweier Gegenstände verhalten sich wie 3 : 7 [9 : 11]; was kostet der zweite Gegenstand, wenn der erste 14,70 ℳ [135,63 ℳ] kostet?

25) Das spezifische Gewicht von Zink verhält sich zu dem von Nickel wie 6 : 7.

a. Was wiegt demnach ein bestimmtes Stück Zink, wenn ein gleich großes Stück Nickel 0,63 *kg* wiegt?

b. Was wiegt ein bestimmtes Stück Nickel, wenn ein gleich großes Stück Zink 61,29 *g* wiegt?

26) Die Erträgnisse zweier Felder verhalten sich wie 7 : 8. Wie groß ist der Ertrag des ersten, wenn das zweite 92,4 *hl* ergibt?

27) Die Geschwindigkeit eines Adlers verhält sich zu der einer Brieftaube wie 4 : 5.

a. Welchen Weg legt der Adler zurück, wenn die Brieftaube in derselben Zeit 48 *km* zurücklegt?

b. Welchen Weg macht eine Brieftaube in derselben Zeit, in welcher der Adler 14,5 *km* zurücklegt?

28) Um eine bestimmte Arbeit zu vollenden, braucht man 36 Arbeiter. Wie viel Arbeiter sind zu einer andern Arbeit notwendig, wenn diese letztere sich zur ersten verhält wie 4 : 9?

29) Die Feingehalte zweier Goldmünzen von gleichem Gewicht verhalten sich wie 17 : 18; wie viel Feingold enthält die erste Goldmünze, wenn die zweite 11,7 *g* Feingold enthält?

30) Das spezifische Gewicht des Weingeistes ist 0,792, das des Terpentinöls 0,869.

a. Wie viel Liter Weingeist wiegen demnach eben so viel als 60 *l* Terpentinöl?

b. Welche Menge Terpentinöl hat das gleiche Gewicht wie 26,07 *l* Weingeist?

31) Zwei Sorten Tabak verhalten sich in ihrem Werte wie 7,8 : 9,1.

a. Wie viel von der zweiten Sorte sind eben so viel wert als 57,4 *kg* von der ersten Sorte?

b. Wie viel von der ersten Sorte sind eben so viel wert als 192 *kg* von der zweiten Sorte?

32) Die Feingehalte zweier Stoffe verhalten sich wie 16 : 19. Wieviel von dem ersten Stoff enthalten eben so viel reine Bestandteile als 52 *l* von dem zweiten?

33) Die Leistungsfähigkeit einer Maschine ist $\frac{4}{5}$ der Leistungsfähigkeit einer andern. Wie lange braucht die erste Maschine zur Vollendung einer Arbeit, zu welcher die zweite 40^d brauchte?

34) Ein Fußgänger macht in einer Viertelstunde 1,4 *km*, ein anderer 0,9 *km*. Wie lange braucht der erste zu einem Weg, den der zweite in 6^h 18′ macht?

35) Zwei gleiche Kapitalien stehen zu $4\frac{3}{4}$ [3,8] und $5\frac{1}{2}$ [5,7]$^0/_0$. Wie viel Zins trägt das erste Kapital, wenn das zweite in derselben Zeit 137,5 ℳ [268,2 ℳ] Zins abwirft?

36) Die Werte zweier Häuser verhalten sich wie 10 : 13. Welchen Zins wirft das zweite Haus ab, wenn das erste in derselben Zeit 6485 ℳ Zins ergibt?

37) Zwei gleiche Kapitalien stehen zu 4,8 [5,1] und 5,6 [4,7]$^0/_0$. In welcher Zeit wirft das erste eben so viel Zins ab, als das zweite in 1 Jahr 8 Monaten [2 Jahren 10 Monaten]?

38) Die Ertragsfähigkeiten zweier Felder stehen im Verhältnisse von 3 : 5. Auf welcher Fläche des ersten Feldes erhält man dieselbe Ernte, wie von 12,6 *a* des zweiten Feldes?

---

39) Die Längen zweier Rechtecke verhalten sich wie 4 : 5 [9 : 10], ihre Breiten wie 7 : 10 [19 : 21]; wie groß ist die Fläche des zweiten Rechteckes, wenn die des ersten 23,8 *qm* [76,3 *qm*] beträgt?

40) Die Inhalte zweier Gefäße verhalten sich wie 6 : 11, die spezifischen Gewichte der sie füllenden Flüssigkeiten wie 12 : 13; wie viel wiegt der flüssige Inhalt des zweiten Gefäßes, wenn der des ersten 39,6 *kg* wiegt?

41) Von zwei Arbeitern, deren Leistungsfähigkeit im Verhältnis von 5 : 6 steht, arbeitet der erste 29^d, der zweite 25^d. Wie viel bringt der erste fertig, wenn der zweite 42300 Stücke einer Ware fertigt?

42) Was kosten 12 *kg* Zucker, wenn 9 *kg* von einer andern Sorte 12,80 ℳ kosten und das Wertverhältnis der zweiten Sorte zur ersten 6 : 5 ist?

43) Die Querschnitte zweier Säulen verhalten sich wie 9,5 : 10, ihre Höhen sind 7 *m* und 3,8 *m*. Welchen Kubikinhalt hat die erste Säule, wenn die zweite 31,168 *cbm* hat?

44) Die Längen zweier Stücke Tuch verhalten sich wie 22 : 47 [19 : 23], ihre Breiten sind 0,9 *m* und 1,05 *m* [0,85 *m* und 0,95 *m*]; wenn nun der erste Stoff 1,41 [2,53] mal mehr wert ist als der zweite, wie viel kostet das erste Stück, wenn das zweite 392 ℳ [81,70 ℳ] kostet?

45) Die Längen zweier Eisenstangen sind 1,12 *m* und 1,2 *m* [1,21 *m* und 0,91 *m*] ihre Breiten 17 *cm* und 20 *cm* [39 *cm* und 28 *cm*]; ihre Dicken verhalten sich wie 3 : 5 [7 : 11]. Welchen Kubikinhalt hat nunmehr die erste Stange, wenn die zweite 13,5 *l* [154 *l*] Inhalt hat?

46) An der Herstellung einer Straße arbeiten zwei Accordanten; der eine mit 27 Arbeitern 45^d lang täglich 11^h, der andere mit 36 Arbeitern 54^d lang täglich 10^h; die Leistungsfähigkeit der beiderseitigen Arbeiter steht jedoch im Verhältnisse 12 : 11. Wie viel wird der zweite Accordant fertigen können, wenn der erste 12 *km* vollendet?

47) Die Grundflächen zweier Gefäße verhalten sich wie 4 : 5; das eine soll mit Schwefelsäure (spez. Gewicht 1,8), das andere mit Terpentinöl (spez. Gew. 0,9) gefüllt werden. Wie hoch muß das zweite Gefäß sein, wenn dasselbe die gleiche Gewichtsmenge Flüssigkeit fassen soll als das erste, welches bei 52 *cm* Höhe 40 *kg* Terpentinöl faßt?

48) Zur Ausschöpfung einer Grube dienen zwei Pumpen, von denen die eine 1800 *hl*, die zweite 1400 *hl* Wasser ausschöpfen soll. Die erste Pumpe liefert in der Minute 1,2 mal mehr als die zweite und arbeitet täglich 8^h. Wie lange täglich muß die zweite Pumpe arbeiten, um gleichzeitig mit der ersten fertig zu werden?

49) Zwei Kapitalien stehen im Verhältnisse 9 : 16 [14 : 17] und steht das erste zu $5\frac{3}{4}$% [5,1%], das zweite zu $4\frac{7}{8}$% [$4\frac{5}{8}$%]. Wenn nun das zweite Kapital in einer bestimmten Zeit 299 ℳ [222 ℳ] Zins trägt, wie viel trägt in derselben Zeit das erste Kapital?

50) Zwei Kapitalien verhalten sich wie 15 : 22 [28 : 27]. Zu welchem Zinsfuß muß das zweite Kapital stehen, damit es in $1\frac{1}{2}$ Jahren [7 Monaten] denselben Zins trage als das erste Kapital zu 5% [$4\frac{1}{2}$%] in 2 Jahren [9 Monaten]?

Anmerkung. Der Zusammenhang zwischen zwei Maßsystemen (vergl. Anm. S. 114 und XXV, 98 u. ff.) kann auch angegeben werden, indem man das Verhältnis der betreffenden Maßeinheiten angibt. Dies geschieht:

a. unmittelbar, z. B. der Frank verhält sich zur Mark wie 4 : 5, oder

b. indem man jede Einheit in Einheiten eines dritten Systems ausdrückt, z. B. der Pariser Fuß = 325 *mm*, der bayrische Fuß = 292 *mm*.

Zur Vornahme der Maßreduktion leite man hieraus ab: 4 ℳ = 5 *fr* oder 292 Par. Fuß = 325 bayr. Fuß.

51) Der Pariser Fuß verhält sich zum bayrischen wie 81 : 73. Wie viel sind:

a. 73 [21,9, 506] Pariser Fuß in bayrischem Maß?
b. 81 [0,27, 212] bayrische Fuß in Pariser Maß?

52) Die deutsche Meile verhält sich zur englischen (ungefähr) wie 37 : 8. Wie viel sind demnach:

a. 8 [45] deutsche Meilen in englischen Meilen?
b. 37 [18,5, 129] englische Meilen in deutschen Meilen?

53) Die bayrische Maß verhält sich zum Liter wie 16 : 15. Wie viel sind demnach:

a. 60 [54] bayrische Maß in Litern?
b. 64 *l* [95 *l*] in bayrischen Maß?

54) Der Hektoliter verhält sich zum bayrischen Schäffel wie 4 : 9.

a. Wie viel Hektoliter sind demnach 16 [75½] Schäffel?
b. Wie viel Schäffel sind 18 *hl* [23,6 *hl*]?

55) Das Kilogramm verhält sich zum bayrischen Pfund wie 25 : 14. Uebertrage:

a. 100 *kg* [82,4 *kg*] in bayrisches und
b. 100 ℔ [0,92 ℔] bayrisches Gewicht in Kilogramm.

56) Wir nehmen an:

1 *fl* ö. W. :	1 *fr* :	1 Pfd. Sterl. :	1 *fl* holl. :	1 Lir. :	1 Doll. :	1 ℳ
= 164 :	82 :	2050 :	164 :	77,9 :	410 :	100.

Uebertrage hiernach:

a. 420 *fl* ö. W., 48 *fr*, 29 Pfd. St., 12 *fl* holl., 43 Lire, 14,5 Doll. in deutsche Reichswährung;
b. 1230 ℳ [20,50 ℳ] in die andern obengenannten Währungen.

57) Verwandle:

a. 36,5, 185,3, 21,9 Pariser Fuß in bayrische Fuß; (XXV. 102 u. 103).
b. 1099, 192,7, 7,85 bayrische Fuß in preußische Fuß.
c. 500 *fr*, 42 Pfd. St., 95 Lire, 82 Doll. in österreichische Währung;
d. 40 *fl* ö. W., 29 Pfd. St., 18,5 *fl* holl., 133 Lire, 82 Doll. in Frank;
e. 27 *fl* ö. W., 15 *fr*, 190 Lire, 22 Doll. in Pfund Sterling;
f. 90 *fr*, 75 Pfd. St., 220 *fl* holl., 37 Doll. in Lire;
g. 72 *fl* ö. W., 47 *fr*, 28 Pfd. St., 2033 Lire in Dollars.

---

58) Der Wert eines Gegenstandes ist um $\frac{2}{5}$ [40%] größer als der eines andern Gegenstandes. Wie viel ist der erstere wert, wenn der Wert des letzteren 180 ℳ [254 ℳ] beträgt?

59) Kalium ist um 14% leichter als Wasser. Wie viel wiegen somit 27,5 *ccm* Kalium?

60) Die Ausdehnung, welche die Luft bei einer Temperaturerhöhung von einen Grad erfährt, verhält sich zum ursprünglichen Volumen wie 1 : 273. Welchen Raum nehmen sonach 546 *cbm* [5280 *cbm*] Luft ein, wenn sie um einen Grad erwärmt werden?

61) Bei einer schiefen Ebene ist die Steigung $\frac{19}{250}$ [$\frac{7}{500}$] der Länge. Wie lang muß die Ebene sein, um eine Höhe von 47,5 *m* [67,2 *m*] zu erreichen?

62) Ein Reiter legt in einer Minute 0,28 *km* [0,25 *km*], ein anderer um 25% [4%] weniger zurück. Wie lange braucht der erste, um einen Weg zu machen, den der zweite in $4^d\ 12'$ [$3\frac{3}{4}^h$] zurücklegt?

63) Ein Fußgänger macht in einer Minute 75 [70] Schritte, ein anderer um $\frac{1}{15}$ [$\frac{1}{14}$] mehr. Wie lange braucht der erste, um einen Weg von 27 *km* [94 *km*] zurückzulegen, wenn der zweite denselben Weg in 6^h [$9^h\ 20'$] macht?

64) Das Wertverhältnis eines Rheinweins und eines Frankenweins ist 7 : 4. Wenn nun 50 *l* Rheinwein 124 *M* kosten, was kostet eine um 40% größere Menge Frankenwein?

65) Silber ist 20 mal mehr wert als Kupfer. Welches ist nun der Wert von 45 *g* Kupfer, wenn eine um 80% kleinere Menge Silber einen Wert von 1,35 *M* hat?

66) Die Querschnitte zweier Röhren verhalten sich wie 5 : 9; aus der zweiten Röhre fließt das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 24 *cm*, aus der ersten mit einer um 6 *cm* geringeren Geschwindigkeit. Wenn nun die erste Röhre in 16^h 320 *hl* Wasser liefert, wie lange braucht die zweite, um eine um 25% größere Wassermenge zu liefern?

67) Eine Besatzung von 9600 Mann ist für 85 Tage mit Proviant versehen. Es kommen nun noch 1400 Mann hinzu und bringen zu gleicher Zeit auch noch Vorräte mit, welche $\frac{1}{10}$ des vorhandenen Vorrates betragen. In welchem Verhältnis ist die tägliche Ration zu vermindern, wenn die Gesamtbesatzung nunmehr 17 Tage länger mit dem Vorrat reichen soll?[117]

68) 6 Arbeiter haben einen Graben zu ziehen und vollenden zwei Fünftel in $10\frac{1}{2}$ Tagen. Um nun das Ganze in $19\frac{1}{2}$ Tagen zu vollenden, nehmen dieselben noch einen Arbeiter hinzu. In welchem Verhältnisse müssen dieselben nunmehr ihre Arbeitskraft vergrößern, um diese Aufgabe zu lösen?[118]

69) Vermöge seiner Lage hat ein Bauplatz um 50% mehr (relativen) Wert als ein anderer. Wenn nun der erstere eine

Breite von 24 *m* und eine Tiefe von 29 *m* hat, wie tief muß bei einer Breite von 43,5 *m* der zweite Bauplatz sein, um mit dem ersten ohne Nachteil vertauscht werden zu können?[119])

70) Ein Torfmoor hat eine Fläche von 1,92 *ha*, ein anderes von 1,68 *ha*; die spezifischen Gewichte des gelieferten Torfes verhalten sich wie 7 : 9, die Qualitäten desselben wie 9 : 8. Wie tief muß verhältnismäßig die Torfschichte des zweiten Moors sein, damit es gleichen Wert mit dem ersten habe?[120])

71) Wenn sich die bayrische Elle zum Meter wie 5 : 6 verhält, wie viel kosten

a. 48 *m* [3,5 *m*] wenn 4 [$9\frac{1}{2}$] Ellen 16,20 ℳ [20 ℳ] kosten?

b. 36 Ellen [$7\frac{1}{3}$ Ellen], wenn 12 *m* [19 *m*] 15 ℳ [37 ℳ] kosten?

72) 25 Schäffel Getreide kosteten 396 *fl* s. W. Wie viel Mark kosten 40 *hl*, wenn der Preis des Getreides in der Zwischenzeit um 15% gesunken ist? (Verhältnis des Schäffels zum Hektoliter 11 : 5.)

73) Jemand kauft in Wien 1,2 *t* (brutto) einer Ware um 182 *fl* ö. W. Wie teuer muß er 10 *kg* (nach deutscher Währung) verkaufen, wenn die Tara 5‰ betrug, ferner 100 *fl* ö. W. 165 ℳ betragen, und wenn er endlich bei dem Geschäfte 18% Nutzen haben will?

74) Welches ist der Wert von 1,75 *kg* Silber von 0,75 Feingehalt, wenn das Wertverhältnis von Silber zu Gold nach dem Kursstand 1 : 17,2 ist?

---

75) Drei Zahlen verhalten sich wie 7 : 11 : 4 [$9\frac{1}{2} : 12\frac{2}{3} : 7\frac{1}{8}$]. Welches sind

a. die erste und zweite Zahl, wenn die dritte 28 [384] ist?

b. die zweite und dritte Zahl, wenn die erste 38,5 [17,28] ist?

c. die dritte und erste Zahl, wenn die zweite 0,22 [72] ist?

76) Die spezifischen Gewichte des Ebenholzes, Pappelholzes und Korkholzes verhalten sich wie 11 : 3 : 2. Wenn nun drei Stücke dieser Holzgattungen gleiches Gewicht, nämlich 231 *g* haben, wie viel wiegt:

a. ein dem Ebenholzstück an Größe gleiches Stück Pappelholz und Korkholz?

b. ein dem Pappelholzstück gleiches Stück Ebenholz und Korkholz?

c. ein dem Korkholzstück gleiches Stück Ebenholz und Pappelholz?

77) Vier Fußgänger machen einen Wettlauf. Sie machen in der Minute bez. 78, 84, 90, 96 Schritte, dagegen verhalten sich die Längen ihrer Schritte wie 15 : 14 : 13 : 12. Wenn nun der letzte den ganzen Weg in 45′ macht, in welcher Zeit machen ihn die andern?

XXVIII. Teilungsrechnungen.

§ 111. Sämtlichen Teilungsrechnungen liegt die Aufgabe zu Grunde:

Eine gegebene Zahl so in zwei oder mehrere Teile zu zerlegen, daß sich die Teile verhalten wie zwei oder mehrere gegebene Zahlen.

Man nennt dies eine Zahl *nach einem gegebenen Verhältnis teilen.*

Z. B. 135 nach dem Verhältnis 3 : 5 : 7 zu teilen. Man zerlegt 135 in (3 + 5 + 7) d. h. in 15 gleiche Teile (Anteile) und nimmt auf den ersten Teil 3, auf den zweiten 5, auf den dritten 7 solcher Anteile.

Anteil: 135 : 15 = 9;
Erster Teil: 9 · 3 = 27;
Zweiter Teil: 9 · 3 = 45;
Dritter Teil: 9 · 7 = 63;
Summe der Teile: 27 + 45 + 63 = 135;
Verhältnis der Teile: 27 : 45 : 63 = 3 : 5 : 7.

Hieraus das Gesetz:

Eine Zahl wird nach einem gegebenen Verhältnis geteilt, indem man die Zahl durch die Summe der Verhältniszahlen dividiert und den Quotienten mit jeder einzelnen Verhältniszahl multipliziert.

§ 112. Für diese Rechnungen ist noch folgendes zu bemerken:

1) Es ist vorteilhaft wenn das Verhältnis in der einfachsten ganzzahligen Form gegeben ist.

2) Wird verlangt, eine Zahl im umgekehrten Verhältnisse zweier gegebenen Zahlen zu teilen, so treten an die Stelle der einfachen Verhältniszahlen ihre reciproken Werte.

3) Ist das Verhältnis ein zusammengesetztes, so haben die Produkte der betreffenden Verhältniszahlen als Verhältniszahlen für die Teilung zu gelten.

4) Es kommt auch vor, daß das Verhältnis der Teile nicht in einem einzigen zusammengezogenen Verhältnis, sondern in mehreren einfachen angegeben ist. Es sind in diesem Fall diese letzteren in ein Verhältnis zusammenzuziehen. Z. B. (wenn die Teile mit x, y, z . . . .) bezeichnet werden:

$x : y = 2 : 3. \quad y : z = 4 : 5.$

$y : z = 3 : \frac{15}{4}.$

$x : y : z = 2 : 3 : \frac{15}{4} = 8 : 12 : 15.$

Uebung.

1) Teile folgende Zahlen nach dem beigesetzten Verhältnisse:

a. 100 nach dem Verhältnis 2 : 3,
b. 108 " " " 7 : 11,
c. 3256 *m* " " " 29 : 37,
d. 34,8 " " " 78 : 96,
e. 65,67 *M* " " " 0,44 : 0,77,
f. 92 *kg* " " " $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{5}$,
g. $243\frac{1}{2}$ " " " $4\frac{2}{7}$: $3\frac{4}{9}$,
h. $33\frac{2}{3}$ " " " $4\frac{4}{5}$: $3\frac{8}{11}$.

2) Desgleichen:

a. 5472 nach dem Verhältnis 1 : 2 : 3.
b. 280,9 *m* " " " 9 : 14 : 17 : 13.
c. 457,8 " " " 1,2 : 1,9 : 2,5.
d. 446 *M* " " " 0,9 : 1,5 : 2,1 : 3.
e. $55\frac{1}{4}$ *kg* " " " $1\frac{3}{4}$: $\frac{7}{8}$: $2\frac{1}{4}$: $1\frac{1}{2}$: $1\frac{3}{4}$.[121]
f. 20,23 *hl* " " " $5\frac{1}{3}$: $6\frac{2}{3}$: $2\frac{2}{5}$: $3\frac{1}{5}$: $4\frac{4}{5}$: $9\frac{1}{3}$.[122]

3) Teile die Zahl 144 [37, 1,43, $47\frac{1}{2}$] so in zwei Teile, daß der eine Teil 3 [9, 1,6, $5\frac{1}{3}$] mal so groß ist als der andere.

4) Teile die Zahl 78 [360, 123, 5,8] im umgekehrten Verhältnisse der Zahlen: 4 und 9 [17 und 28, 4, 9 und 13, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$].

5) Teile die Zahl 8,3 [$90\frac{1}{4}$[123], 71,8] nach dem zusammengesetzten Verhältnisse von 4 : 7 [$2\frac{1}{2}$: $1\frac{4}{5}$, 0,05 : 0,1 : 0,15] und 5 : 9 [$5\frac{2}{5}$: $8\frac{1}{3}$, 0,3 : 0,45 : 0,6].

6) Teile die Zahl 127[124] [3784] einerseits im Verhältnisse der Zahlen 5, $7\frac{1}{2}$, $12\frac{1}{2}$ [1,3, 1,5, 1,7], andererseits im umgekehrten Verhältnisse der Zahlen 2, $1\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$ [18, 17,2, 16].

7) Es soll eine Summe von 168 *M* [360 *M*] so unter zwei [drei] Personen verteilt werden, daß die eine eben so oft 3 *M* [11 *M*] bekomme als die zweite 4 *M* [als die zweite 15 *M* und die dritte 19 *M*] erhält.

8) Jemand hat 630 *M* [7000 *M*] in einer gleichen Anzahl von Doppelkronen, Kronen und Halbkronen. Wie viel hat er von jeder Sorte?

9) Eine Arbeit ist im ganzen zu 252,50 *M* veranschlagt und unter fünf Arbeiter verteilt worden. Wenn nun der erste 5^d der zweite $4\frac{1}{2}^d$, der dritte $7\frac{3}{4}^d$, der vierte 5^d, der fünfte 3^d arbeitete, wie viel hat jeder von dem Lohn zu beanspruchen?

10)[125] Zwei Freunde wohnen 798 *km* von einander entfernt. Sie wollen einander entgegen reisen und es macht der erste täglich 51,2 *km*, der zweite 70,4 *km*. Welchen Weg muß ein jeder machen, bis dieselben zusammentreffen?

11) Ein Landgut von 41,3 *ha* soll unter vier Brüder nach Verhältnis ihres Alters verteilt werden. Wenn nun der erste

27 Jahre 6 Mt., der zweite 26 Jahre, der dritte 23 Jahre 10 Mt., der vierte 21 Jahre alt ist, wie viel erhält ein jeder?

12) In 45 *kg* tierischer Substanz befinden sich 55 Gewichtsteile Kohlenstoff, 22 Gewichtsteile Sauerstoff, 7 Gewichtsteile Wasserstoff, 16 Gewichtsteile Stickstoff. Wie viel trifft auf diese einzelnen Bestandteile?

13) Zu einem Geschäfte leisten fünf Personen Kapitalbeiträge: *A* 17500 ℳ[126]) [26800 ℳ], *B* 22000 ℳ [31600 ℳ], *C* 16000 ℳ [47000 ℳ], *D* 24500 ℳ [24600 ℳ], *E* 19500 ℳ [27200 ℳ]. Wie ist ein Gewinn von 7960 ℳ [11350 ℳ] unter sie zu verteilen?

14) Zu einem Geschäfte leisten fünf Personen Beiträge; *A* gibt so viel als *C* und *E* zusammen. *B* gibt doppelt so viel als *D*, *C* gibt um 1000 ℳ [60 ℳ] weniger, *E* um 1000 ℳ [80 ℳ] mehr als *D*, dieser aber gibt 7500 ℳ [920 ℳ.] Wie ist ein Gewinn von 3990 ℳ [405 ℳ] unter sie zu verteilen?

15) Bei einer Gant haben vier Gläubiger (gleichen Ranges) folgende Forderungen *A* 3528 ℳ [7320 ℳ], *B* 4754 ℳ [9350 ℳ], *C* 1738 ℳ [4170 ℳ], *D* 5960 ℳ [3810 ℳ]. Die ihnen zufallende Gesamtsumme beträgt jedoch nur 9748 ℳ [17600 ℳ]. Wie viel hat nun jeder zu beanspruchen?

16) Drei Personen haben zu einem Geschäfte Kapitalien beigeschossen, die sich verhalten wie 9 : 11 : 5. Wie viel Prozent des Verlustes treffen auf jeden?

17) [127]) Ein Behälter, welcher 501 *hl* faßt, soll durch drei Pumpen entleert werden; die erste würde denselben in 5^h, die zweite in 7^h und die dritte in 11^h entleeren. Wie viel muß eine jede Pumpe ausschöpfen, damit sie zu gleicher Zeit fertig werden?

18) [128]) Zwei Bahnzüge fahren auf einer 7,81 *km* langen Strecke gegen einander. Der erste Bahnzug legt ein Kilometer in 1′ 30″, der zweite in 1′ 48″ zurück. Welchen Weg macht ein jeder, bis sie zusammentreffen?

19) Eine 1,56 *m* [4,6 *m*] lange Stange trägt an ihren Enden Lasten von 35 *kg* [7,5 *kg*] und 56 *kg* [11,25 *kg*]. In welcher Entfernung von den Endpunkten ist die Stange aufzulegen, wenn sie im Gleichgewicht sein soll?

20) [129]) Ein Geschenk von 4770 ℳ soll unter vier Familien nach dem umgekehrten Verhältnis ihres Bodenbesitzes verteilt werden. Es hat nun die erste 3,75 *a*, die zweite 4 *a*, die dritte 3 *a* und die vierte 3,5 *a*. Wie viel trifft demnach auf jede Familie?

21) Zu einem Geschäft leisten fünf Personen folgende Beiträge:

A	7000 ℳ	auf	11	Monat	[480 ℳ	auf	9	Monat],
B	9000 „	„	14	„	[270 „	„	12	„],
C	15000 „	„	7	„	[450 „	„	15	„],

D 21000 ℳ auf 5 Monat [570 ℳ auf 18 Monat],
E 14000 „ „ 12 „ [540 „ „ 24 „].
Wie ist ein Gewinn von 1577 ℳ [400 ℳ] unter sie zu verteilen?

22) An einer Summe von 76000 ℳ nehmen drei Gemeinden nach Verhältnis ihrer Bevölkerung und ihres Flächenraumes teil. Es hat nun die erste Gemeinde 3681 Einwohner und 2784 *ha*, die zweite 1596 Einwohner und 7218 *ha*, die dritte 5736 Einwohner und 4374 *ha*. Wieviel trifft auf jede Gemeinde?

23) An einem Baue arbeiten drei Baumeister: der erste mit 45 Arbeitern 22^d, der zweite mit 44 Arbeitern 27^d, der dritte mit 54 Arbeitern 33^d. Wie ist die für Arbeitslöhne festgesetzte Summe von 23512 ℳ unter dieselben zu verteilen?

24) Um 91000 *cbm* Erde wegzubringen, stellt ein Fuhrmann 3, ein anderer 5, ein dritter zwei Fuhrwerke. Der erste will des Tages viermal, der zweite dreimal, der dritte sechsmal fahren. Wie viel muß jeder wegführen, damit die Fuhrwerke gleichzeitig fertig werden?

25)[130]) Drei Behälter halten zusammen 176 *hl*. Die Längen verhalten sich wie 5 : 7 : 11, die Breiten wie 7 : 8 : 9 die Höhen wie 10 : 13 : 14. Wie viel hält jedes Gefäß?

26)[131]) Aus einem 374 *m* tiefen Bergschachte soll das Wasser in die Höhe geschafft werden, derart daß eine Maschine von unten dasselbe zu einem in einer bestimmten Höhe angebrachten Behälter liefert und eine zweite Maschine dasselbe von da weiter in die Höhe hebt. Die untere Maschine hebt in der Minute 1500 *l* 2 *m* hoch, die obere 2000 *l* 1,8 *m* hoch. In welcher Höhe muß der Behälter angebracht werden, damit ein gleichzeitiges Arbeiten der Maschinen möglich sei?

27)[132]) Zwei Gefäße, deren Querschnitte sich wie 7 : 9 und deren Höhen sich wie 6 : 7 verhalten, enthalten Flüssigkeiten, deren spezifische Gewichte 0,9 und 0,8 sind. Wenn sie nun zusammen 10,5 *kg* Flüssigkeit enthalten, welche Gewichtsmenge enthält jedes Gefäß?

28)[133]) Unter drei Schüler soll eine Summe von 20,76 ℳ nach dem Verhältnis ihres Alters und im umgekehrten Verhältnisse ihrer Fleißnoten verteilt werden. Der erste Schüler ist 17 Jahre 6 Monate alt und hat Note II, der zweite Schüler ist 16 Jahre 8 Monate alt und hat Note III, der dritte ist 13 Jahre 3 Monate alt und Note I. Wie viel erhält ein jeder?

---

29) Die Zahl 37[134]) [7,62[135]), $7\frac{1}{5}$[136]] ist so in drei Teile zu teilen, daß sich der erste zum zweiten wie 5 : 7 [1,2 : 5,4, $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$] und der zweite zum dritten wie 9 : 11 [0,55 : 0,88, $\frac{2}{5} : \frac{3}{10}$] verhält.

30) Die Zahl 217[137]) [1,11[138])] so in drei Teile zu teilen, daß sich der erste Teil zum zweiten wie 5 : 7 [$\frac{3}{4}$: 2] und der erste Teil zum dritten 4 : 9 [0,4 : 1] verhält.

31) Die Zahl 94,5[139]) [53[140])] so in vier Teile zu teilen, daß sich der erste zum zweiten wie 2 : 3 [2 : $4\frac{1}{2}$] der zweite zum dritten wie 4 : 5 [3 : $1\frac{2}{3}$], der dritte zum vierten wie 6 : 7 [1 : 0,375] verhält.

32) Es soll ein Vermögen von 63000 ℳ [5412 ℳ] unter fünf Personen so verteilt werden, daß die erste dreimal, die zweite und dritte zweimal, die vierte eben so viel bekomme als die fünfte. Wie viel erhält jede?

33)[141]) Vier Schnitter unternehmen ein Feld abzumähen. Der erste übernimmt um die Hälfte mehr, der dritte um ein Drittel weniger als der zweite, der vierte dagegen doppelt so viel als der dritte. Wie viel erhält jeder von dem zu 67,5 ℳ veranschlagten Schnitterlohn?

34)[142]) Eine Menge von 1230 *hl* Getreide soll unter fünf Gemeinden *A*, *B*, *C*, *D*, *E* nach dem Verhältnis ihrer Einwohnerzahl verteilt werden. Es hat nunmehr *A* um 50 % mehr Einwohner als *B*, *B* um 20% weniger als *C*, *D* um den achten Teil mehr als *A* und endlich *E* soviel als *B* und *C* zusammen. Wieviel erhält jede?

35)[143]) Drei Körper wiegen zusammen 11,7 *kg*. Der erste ist doppelt so groß als der zweite, dieser der dritte Teil des dritten. Die spezifischen Gewichte des ersten und zweiten verhalten sich wie 4 : 5, die des zweiten und dritten wie 10 : 13. Wie viel wiegt ein jeder?

36)[144]) Drei Personen *A*, *B*, *C* leisten zu einem Geschäfte Kapitalbeiträge: *A* um 30% weniger, *B* um 60% mehr als *C*. Das Geschäft schlug fehl und sie kommen überein, den entstandenen Verlust im Verhältnis ihrer Kapitalbeiträge und im umgekehrten Verhältnis ihrer geleisteten Arbeit zu tragen. Wenn nun *C* nur die Hälfte, *B* dagegen den dritten Teil von dem arbeitete als *A*, wie viel Prozent des Verlustes treffen auf jeden der drei Teilhaber?

37) Zu II. 11. An den Renten einer Stiftung im Jahresbetrage von 65000 ℳ haben die acht Kreise Bayerns nach Verhältnis ihrer Bevölkerung teil. Wie viel trifft auf jeden Kreis? (Die Bevölkerungsziffer sind auf Tausender abzurunden.)

38) Zu II. 12 und XIII. 22. Der Ueberschuß der Ausgaben über die Einnahmen des deutschen Reichs ist von den einzelnen Bundesstaaten nach Verhältnis ihrer Einwohnerzahl aufzu-

bringen. Wie viel hat jeder einzelne Staat zu leisten? (Die Bevölkerungszahlen sind auf Zehntausender abzurunden.)

XXIX. Mischungsrechnungen.

§ 113. Beispiel 1. Jemand mischt (legiert) 50 *g* Feingold, 80 *g* Gold vom Feingehalt 0,9, 70 *g* Kupfer. Welches ist der Feingehalt der Legierung?

50 *g*	vom Feingeh. 1,00	enth. Feingold	50 *g* · 1,00 = 50 *g*
80 *g*	„ „ 0,90	„ „	80 *g* · 0,90 = 72 *g*
70 *g*	„ „ 0	„ „	70 *g* · 0 = 0 *g*
Mischg. 200 *g*	„ „ x	„ „	122 *g*

$$x = \frac{122}{200} = 0,61.$$

Feingehalt der Mischung 0,61.

Beispiel 2. Man mischt 40 *kg* Kaffee à 1,60 ℳ, 35 *kg* à 1,40 ℳ und 25 *kg* à 1,20 ℳ. Was kostet das Kilogramm der Mischung?

	40 *kg* à 1,60 ℳ	kosten	1,60 ℳ · 40 = 64 ℳ
	35 *kg* à 1,40 ℳ	„	1,40 ℳ · 35 = 49 ℳ
	25 *kg* à 1,20 ℳ	„	1,20 ℳ · 25 = 30 ℳ
Mischung	100 *kg* à x ℳ	„	143 ℳ

$$x = \frac{143}{100} = 1,43.$$

Ein Kilogramm der Mischung kostet 1,43 ℳ.

§ 114. Man mischt z. B. 30 *kg* Tabak à 5,60 ℳ mit 20 *kg* à 6,80 ℳ, so ergibt sich als Preis von einem Kilogramm der Mischung 6,08 ℳ.

Preisunterschied der geringeren und der Mischungssorte:
6,08 ℳ — 5,60 ℳ = 0,48 ℳ

Preisunterschied der besseren und der Mischungssorte:
6,80 ℳ — 6,08 ℳ = 0,72 ℳ

Verhältnis dieser Unterschiede: 0,48 ℳ : 0,72 ℳ = 2 : 3.
„ der Mengen: 30 *kg* : 20 *kg* = 3 : 2.

d. i. Das Verhältnis dieser Unterschiede ist das umgekehrte Verhältnis der einzelnen Mischungsmengen.

Beispiel 1. Jemand mischt 70 *l* Wein à 1,20 ℳ mit 30 *l* à 0,90 ℳ.
Welches ist der Preis der Mischung?
Lösung wie in § 113.

Oder: Gesamtunterschied der Preise 1,20 ℳ — 0,90 ℳ = 0,30 ℳ. Dieser geteilt nach dem umgekehrten Verhältnis der Mengen:

30 *kg* : 70 *kg* = 3 : 7
erster Teil 0,09 ℳ, zweiter Teil 0,21 ℳ.
Mischungspreis: 1,20 ℳ — 0,09 ℳ = 1,11 ℳ
oder: 0,90 ℳ + 0,21 ℳ = 1,11 ℳ

Beispiel 2. 75 *g* Silber vom Feingehalt 0,6 sollen mit Silber vom Feingehalt 0,4 gemischt werden, damit man Silber vom Feingehalt 0,55 erhalte.

Unterschied der Feingehalte: 0,6 — 0,55 = 0,05
0,55 — 0,4 = 0,15
Verhältnis dieser Unterschiede: 0,05 : 0,15 = 1 : 3.
Verhältnis der Mengen: 75 : x = 3 : 1.
x = 25

Von der zweiten Sorte sind 25 *g* zu nehmen.

Beispiel 3. Aus 20 *l* Weingeist von 80% Gehalt sollen durch Zuguß einer zweiten Sorte im ganzen 35 *l* von 60% Gehalt hergestellt werden. Von welchem Gehalt muß die zweite Sorte sein?

Gehalt der zweiten Sorte x.
Gehaltsunterschiede: 0,80 — 0,60 = 0,20.
0,60 — x.
Mengen: 20 *l* und 15 *l*.
0,20 : (0,60 — x) = 15 : 20.

$$0{,}60 - x = \frac{0{,}20 \cdot 20}{15} = \frac{0{,}80}{3} = 0{,}267.$$

$$x = 0{,}60 - 0{,}267 = 0{,}333.$$

Gehalt der zweiten Sorte 33,3%.

Beispiel 4. 40 *l* verdünnte Schwefelsäure haben das spezifische Gewicht 1,3. Wieviel Wasser und Schwefelsäure (spez. Gew. 1,8) ist darin enthalten?

Unterschiede der spez. Gewichte 1,8 — 1,3 = 0,5.
1,3 — 1 = 0,3.
Verhältnis der Mengen 0,3 : 0,5 = 3 : 5.
40 *l* zu teilen nach dem Verhältnis 3 : 5:
erster Teil 15 *l*, zweiter Teil 25 *l*,
Schwefelsäure 15 *l* Wasser 25 *l*.

§. 115. Nach Art der Mischungsrechnungen behandelt man in der Praxis auch die sogenannten Terminrechnungen.

Beispiel 1. Es schuldet Jemand 270 ℳ zu 4%, 520 ℳ zu 5% und 210 ℳ zu 6%. Er will diese drei Posten in eine einzige Schuld verwandeln. Welches muß der Zinsfuß sein?

$$x = \frac{270 \cdot 4 + 520 \cdot 5 + 210 \cdot 6}{270 + 520 + 210} = 4{,}94\%.$$

Beispiel 2. Jemand hat zu zahlen 700 ℳ nach 3 Monaten, 600 ℳ nach 4 Monaten, 200 ℳ nach 6 Monaten. Nach welcher Zeit kann er diese Summen auf einmal erlegen?

$$x = \frac{700 \cdot 3 + 600 \cdot 4 + 200 \cdot 6}{700 + 600 + 200} = 3\tfrac{1}{5} \text{ Monate.}$$

Beispiel 3. Jemand hat zu zahlen:

200 ℳ nach 2 Monaten bei $5\frac{1}{2}\%$ Diskonto,
300 ℳ „ 3 „ „ 5% „
500 ℳ „ 4 „ „ $4\frac{1}{2}\%$ „

Nach welcher Zeit kann er diese Summe auf einmal entrichten bei 6% Diskonto?

$$6 \cdot x = \frac{200 \cdot 2 \cdot 5\frac{1}{2} + 300 \cdot 3 \cdot 5 + 500 \cdot 4 \cdot 4\frac{1}{2}}{200 + 300 + 500} = \frac{157}{10}.$$

$$x = \frac{157}{60} = 2\frac{37}{60} \text{ Monate} = 2 \text{ Monate } 19 \text{ Tage.}$$

Übung.

1) Jemand mischt:

a. 12 *kg* Tabak à 3,36 ℳ mit 18 *kg* à 3 ℳ.
b. 27 *l* Wein à 0,85 ℳ [1,30 ℳ] mit 33 *l* à 0,65 ℳ [1,06 ℳ];
c. 64 *kg* Mehl à 0,35 ℳ [1,29 ℳ] mit 36 *kg* à 0,30 ℳ [0,34 ℳ];
d. 86 *l* Essig von 90% Gehalt mit 64 *l* von 63%;
e. 0,3 *l* Salpetersäure (sp. Gew. 1,52) mit 1,7 *l* Salzsäure (sp. Gew. 1,2).

Welches ist Preis, Gehalt, spez. Gewicht der Mischung?

2) Ein Goldarbeiter legiert:

a. 18 *g* Gold vom Feingehalt 0,8 mit 12 *g* Gold vom Feingehalt 0,7;
b. 29 *g* Gold vom Feingehalt 0,87 mit 46 *g* Gold vom Feingehalt 0,69;
c. 54 *g* Silber vom Feingehalt 0,95 mit 81 *g* Silber vom Feingehalt 0,65;
d. 810 *g* Feinsilber mit 190 *g* Silber vom Feingehalt 0,75;
e. 91 *g* Gold vom Feingehalt 0,85 mit 39 *g* Kupfer;
f. 450 *g* Feinsilber mit 50 *g* Kupfer;

Welches ist der Feingehalt der Legierung?

3) Jemand mischt (legiert):

a. 90 *kg* Mehl à 0,42 ℳ
37 *kg* Mehl à 0,72 ℳ
113 *kg* Mehl à 0,64 ℳ

b. 16 *l* reinen Weingeist,
54 *l* Weingeist v. 91% Gehalt,
82 *l* Weingeist v. 75% Gehalt,
80 *l* Wasser;

c. 18 *l* Oel (sp. Gew. 0,92),
54 *l* Oel (sp. Gew. 0,87),
8 *l* Oel (sp. Gew. 0,7);

d. 22 *g* Feingold,
75 *g* Gold v. Feingehalt 0,83,
81 *g* Gold v. Feingehalt 0,8,
22 *g* Kupfer.

Welches ist Preis bez. Feingehalt der Mischung?

4) Auf einem Holzplatz sitzen 654 *cbm* à 12,50 ℳ, 749 *cbm* à 9,80 ℳ, 843 *cbm* à 10,60 ℳ. Welches ist der mittlere Preis des Holzes?

5) Was ist das spezifische Gewicht einer Legierung aus

a. 61,95 *kg* Kupfer und 471,15 *kg* Silber?[145])
b. 26,55 *g* Kupfer und 173,34 *g* Gold? [146])
c. 291,6 *kg* Zinn und 567,5 *g* Blei? [147])
d. 130,2 *g* Platin, 31,41 *g* Silber und 8,85 *g* Kupfer? [148])

6) Ein Weinhändler mischt einen Wein in folgender Weise: 3 Teile von einer Sorte das Hektoliter zu 96 ℳ, 5 Teile von einer Sorte das Hektoliter zu 80 ℳ, 2 Teile Wasser. Was kostet das Hektoliter der Mischung?

7) Ein Körper besteht dem Volumen nach aus 72% Wachs und 28% Terpentin. Was ist sein spezifisches Gewicht?

8) Welches ist das spezifische Gewicht:

a. des Goldes [Silbers] von 0,9 Feingehalt?
b. des Goldes [Silbers] von 0,75 Feingehalt?

9) Welchen Feingehalt erhält man, wenn man:

a. Feingold, 0,9 feines, 0,8 feines Gold, Kupfer im Verhältnis 4 : 7 : 8 : 6,
b. Feinsilber, 0,85 feines, 0,75 feines Silber, Kupfer im Verhältnis 3 : 6 : 8 : 7 legiert?

10) Ein Kaufmann will 40 *kg* Kaffee [149]) [75 *kg* Tabak [150])] à 3,20 ℳ [2,50 ℳ] mit einer zweiten Sorte das Kilogramm zu 4 ℳ [2 ℳ] so mischen, daß die Mischungssorte 3,80 ℳ [2,30 ℳ] per Kilogramm koste. Wie viel muß er von der zweiten Sorte nehmen?

11) Aus 24 *l* Essig [65 *l* Weingeist] von 85% [92%] Gehalt soll durch Zuguß von Wasser ein Essig von 51% [52%] Gehalt hergestellt werden. Wie viel Wasser ist beizugießen?

12) 24,8 *g* 0,89 feines Gold [151]) [350 *g* 0,81 feines Silber [152])] sollen durch Zusatz von 0,5 feinem Gold [Kupfer] auf den Feingehalt 0,74 [0,7] gebracht werden. Wie viel von der zweiten Sorte ist zu nehmen?

13) [153]) Aus 7,5 *l* einer Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht 1,3 sollen durch Zuguß einer anderen Flüssigkeit 12 *l* vom spezifischen Gewicht 1 hergestellt werden. Welches muß das spezifische Gewicht der zweiten Flüssigkeit sein?

14) [154]) Aus einer Weinsorte, deren Preis 180 *M* per Hektoliter ist, wurden durch Mischung mit einer anderen Sorte 9,6 *hl* à 144 *M* hergestellt. Welches ist der Preis der zweiten Sorte, wenn von der ersten 6,4 *hl* dazu verwendet werden?

15) Aus 12,8 *g* Feingold [90 *g* Feinsilber] wurden durch Legierung mit einer andern Sorte 16 *g* 0,85 feines Gold [135 *g* Silber vom Feingehalt 0,875] erhalten. Von welchem Feingehalt war die zweite Sorte?

16) 20 *ccm* Zinn [155]) [83 *ccm* Platin [156])] sollen mit 30 *ccm* [17 *ccm*] eines andern Metalls so legiert werden, daß die Legierung 411,3 *g* [1979,09 *g*] wiegt. Welches muß das spezifische Gewicht des zweiten Metalles sein?

17) Ein Kaufmann hat zwei Sorten Reis [Gerste]; von der ersten kostet das Kilogramm 0,60 *M* [0,80 *M*], von der zweiten 0,72 *M* [0,64 *M*]; durch Mischung beider Sorten will er 96 *kg* [144 *kg*] à 0,70 *M* [0,76 *M*] herstellen. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

18) Jemand hat zwei Gefäße mit verdünnter Säure. Im ersten Gefäß sind 4 Teile Wasser und 1 Teil Säure, im zweiten 3 Teile Wasser und 2 Teile Säure. Wie müssen diese Säuren gemischt werden, um in der Mischung $\frac{1}{4}$ *l* Säure und $\frac{3}{4}$ *l* Wasser zu erhalten?

19) Ein Goldarbeiter soll einen Schmuck fertigen von 160 *g* [157]) [84 *g* [158])] Gewicht und 0,75 [0,80] Feingehalt. Er besitzt jedoch nur Gold vom Feingehalt 0,9 [0,84] und vom Feingehalt 0,58 [Kupfer]. Wie viel wird er von beiden Sorten nehmen müssen?

20) [159]) Ein Viehhändler bringt 80 Stück Kälber zu Markte. Von der besseren Sorte verkaufte er das Stück zu 80 *M*, von der geringeren Sorte das Stück zu 60 *M*. Im Ganzen erzielte er einen Mittelpreis von 67,50 *M* per Stück. Wie viel von jeder Sorte hat er verkauft?

21) [160]) Jemand braucht 1000 Stück Steinplatten à 0,283 *qm*. Er findet jedoch nur Platten von 0,25 *qm* und 0,36 *qm* Größe. Wie viel von jeder Sorte wird er nehmen müssen, um im Mittel die gewünschte Größe zu erhalten?

22) Aus Platin und Kupfer sollen 989,964 *g* [161]) [38,52 *g*] einer Legierung vom spezifischen Gewicht des Goldes hergestellt werden. Wie viel [dem Volumen und dem Gewicht nach] ist von beiden Metallen zu nehmen?

23) In welchem Gewichtsverhältnis ist Feingold [0,95 feines Silber] mit 0,8 feinem Gold [0,7 feinem Silber] zu legieren, damit man 0,88 feines Gold [0,75 feines Silber] erhalte?

24) In welchem Verhältnis [durch Prozente anzugeben] sind zwei Sorten Wein zu 1,45 ℳ und 0,95 ℳ per Liter [zwei Sorten Tabak zu 2,80 ℳ und 1,90 ℳ per Kilogramm] zu mischen, um eine Mischungssorte zu 1,25 ℳ per Liter [2,20 ℳ per Kilogramm] zu erhalten?

25) Eine Legierung aus Silber und Kupfer hat das spezifische Gewicht 10. Was ist der Feingehalt des Silbers?

26) Eine goldene Krone wiegt 1,62 *kg* und hat das spezifische Gewicht 18. Was ist ihr Feingehalt?

27) [162]) Aus zwei Sorten Essig von 60% und 50% Gehalt soll durch Beimischung von Wasser eine Sorte von 30% Gehalt hergestellt werden. Wie viel Wasser ist zu nehmen, wenn von jeder der beiden Sorten Essig 30 *l* genommen werden?

28) [163]) Drei Sorten Mehl das Kilogramm zu 0,70 ℳ, 0,60 ℳ und 0,48 ℳ sollen so gemischt werden, daß eine Mischungssorte zu 0,64 ℳ hergestellt wird. Wie viel ist von der ersten Sorte zu nehmen, wenn von der zweiten Sorte 40 *kg*, von der dritten 20 *kg* genommen werden?

29) [164]) Aus Feinsilber, Silber vom Feingehalt 0,9375 und 0,8125, sowie aus Kupfer soll Silber vom Feingehalt 0,75 hergestellt werden. Wie viel Silber vom Feingehalt 0,8125 ist zu nehmen, wenn 20 *g* Feinsilber, 6,4 *g* Silber vom Feingehalt 0,9375 und 12 *g* Kupfer genommen werden?

30) [165]) Ein Liter einer Flüssigkeit wiegt 1 *kg* und besteht aus drei Flüssigkeiten, die in dem Volumverhältnis 5 : 3 : 2 gemischt sind. Von welchem spezifischen Gewicht muß die dritte Flüssigkeit sein, wenn das spezifische Gewicht der ersten 1,2, das der zweiten 0,8 ist?

31) [166]) Aus drei Sorten Getreide, die erste zu 12,80 ℳ, die zweite zu 13,40 ℳ, die dritte zu 14 ℳ per Hektoliter sollen 50 *hl* einer Mischsorte zu 13,80 ℳ hergestellt werden. Wie viel ist von jeder Sorte zu nehmen, wenn man von der ersten doppelt so viel nehmen will, als von der zweiten?

32) [167]) Aus Feingold, 0,9 und 0,8 feinem Gold und Kupfer soll 0,75 feines Gold hergestellt werden. In welchem Verhältnis sind dieselben zu legieren, wenn man $1\frac{1}{2}$ mal so viel Feingold nimmt als Kupfer, und von den beiden andern Sorten gleichviel?

33) Ein Kapitalist hat folgende Kapitalien ausstehen:
24500 ℳ [8700 ℳ] zu 4% [3%],
30900 „ [21000 „] „ 5 „ [6 „],
28000 „ [24000 „] zu $4\frac{1}{2}$ „ [7,5%],
16600 „ [6300 „] „ $5\frac{1}{2}$ „ [9 „].
Zu welchem Zinsfuß hat er im Mittel seine Gelder angelegt?

34) Ich leihe Jemand am 1ten August [15ten März] 700 ℳ [4500 ℳ] und einen [zwei] Monate später zum gleichen Zinsfuß 500 ℳ [2300 ℳ]. Von welchem Tage an darf man die ganze Schuld nehmen, um am Jahresschlusse den gleichen Zins zu erhalten?

35) Ein Geschäftsmann hat folgende Schulden aufgenommen:
7600 ℳ [350 ℳ[168])] zu $4\frac{1}{2}$% [6%] auf 6 [11] Monate,
8400 „ [300 „] „ $5\frac{1}{2}$ „ [3,3 „] „ 8 [7] „
4000 „ [550 „] „ 4 „ [7 „] „ 10 [6] „
Es will dieselben in eine einzige Schuld zu 5% [$5\frac{1}{2}$%] verwandeln. Auf welche Zeit darf er dieselbe nehmen, wenn der zu zahlende Zins derselbe bleiben soll?

36) Jemand hat zu zahlen:
540 ℳ [2470 ℳ] nach 3 [3] Monaten,
780 „ [1580 „] „ $3\frac{1}{2}$ [4] „ ,
900 „ [1490 „] „ 4 [5] „ ,
[460 „] „ [7] „ .
Nach welcher Zeit kann er bei gleichem Diskonto die ganze Summe auf einmal entrichten?

37) Ein Kaufmann läßt an demselben Tage zwei auf gleiche Verfallzeit lautende Wechsel diskontieren, einen inländischen zu 2700 ℳ mit 4,8 % und einen ausländischen zu 1300 ℳ mit 5% Diskonto. Welches war im Mittel der Diskontfuß?

38) [169]) Jemand hat folgende Summen zu zahlen:
900 ℳ nach 2 Monaten mit 6% Diskonto,
720 „ „ 3 „ „ 5 „ „ ,
380 „ „ 6 „ „ 4,5 „ „ .
Schuldner und Gläubiger kommen überein, diese Posten in eine einzige Schuld mit 5,4% Diskonto zu vereinigen. Welches muß deren Verfallzeit sein?

39) Jemand will eine Schuld von 1200 ℳ [170]) [10000 ℳ [171])], für welche er jährlich 51,60 ℳ [406 ℳ] Zins zahlen muß, in zwei Schuldposten zu 4% und 5% [$3\frac{1}{2}$ und $5\frac{1}{2}$%] zerlegen. Wie groß müssen dieselben sein?

40) Ein Wechsel von 2500 ℳ [172]) [6000 ℳ [173])] auf 3 Monate 12 Tage [29 Tage] soll in zwei Wechsel, der eine nach 3 Monaten [20 Tagen], der andere nach 4 Monaten [50 Tagen] zahlbar, zerlegt werden. Auf welche Beträge müssen bei gleichem Diskonto diese Wechsel lauten?

Anmerkungen.

b bedeutet die Basis der Brigg'schen Logarithmen.

1) $13b^3$.
2) b^6.
3) 5^2b^3.
4) b^4.
5) $1 : \infty$.
6) b.
7) b^0.
8) $\log b^4$.
9) $\log b$.
10) $b - 1$.
11) b^1.
12) $3x = 24$.
12a) $2b^3$.
12b) $2b - 1$.
13) $(b - 1) b^2$.
14) $b^3 + 5 \cdot 11$.
15) $2b^2$.
16) $10 - b$.
17) Rest $\cos 90^0$.
18) $\operatorname{tg} 45^0$.
19) $x : 5 = 3$.
20) $b + 1$.
21) $2b^2 + (b - 1)$.
22) $\sqrt{x} = 8$.
23) $a x = 0$.
24) $2b$.
25) $\sqrt[n]{1}$.
25a) $\log b^4$.
26) $x : 7 = 3$.
27) $x : b = 2$.
28) $2x = 17$.
29) b^{-1}.
30) $4x = b^2$.
31) $b^x = 1000$.
32) $\operatorname{tg} x^0 = 1$.
33) $3b^3$.
34) II. $2b^2$.
35) I. $\frac{1}{4} b - b^{-1}$.
36) I. $\log x = 2$.
37) b^{0h}.
38) z^0.
39) $\log 1$.
40) $b^3 : b^2$.
41) b^{-1}.
42) $(b + 2)^{-1}$.
43) $(b - 8) : (b - 3)$.
44) $\log b^4$.
45) $x^{\frac{1}{2}} = 3$.
46) $2 (b - 1) x = b - 3$.
47) $2^x = 16$.
48) $a^x = a$.
49) $4b^{-1}$.
50) $4(x + 1) = b^2$.
51) $2x = b - 3$.
52) $x^{\frac{1}{2}} = 3$.
53) $4x = \frac{3}{2} b$.
54) $\operatorname{cotg} 45^0$.
55) $2(b - 1) b^{-1}$.
56) $\sin 90^0$.
57) $(b + 2) x = 5 b + 3$.
58) $\cos 90^0$.
59) $12 b x = (b - 3.)$
60) $\operatorname{cotg} 90^0$.
61) $2 b^2$.
62) $3^2 \cdot 2 b$.
63) $\cos 0^0$.
64) $\sin 90^0$.
65) $1 : a^\infty$.
66) b.
67) $5x = 6$.
68) b^{-2}.
69) $\sqrt[4]{81}$.
70) $b^{-\infty}$.
71) V. b^{-1}.
72) b^2.
73) VI. $\sqrt{x} = b$.
74) $\operatorname{cotg} 90^0$.
75) $\log 1$.
76) $a^x = 1$.
77) $x : a = o$.
78) $(b + 1) b^{-1}$.
79) $5x = 7b$.
80) $5 b^{-1} + 5 b^{-1}$.
81) $6x = b - 1$.
82) $4x = b + 3$.
83) $x : 5 = 31 b^{-2}$.

84) $2x = b$.
85) $5b - 2$.
86) $b + 904b^{-3}$.
87) $7b^{-1} + 3b^{-1}$.
88) $\sqrt[x]{36} = 6$.
89) $b^{-1}\sqrt{9}$.
90) $\log 1$.
91) I. b^0.
92) $6 + 61b^{-3}$.
93) IV. $\sqrt{5x} = b$.
94) $\log 100$.
95) $8x = 5^3$.
96) B b.
97) $2^6 b^{-1}$.
98) IV. $\log x = 1$.
99) $b^x = 1$.
100) $5x = b - 4$.
101) $45b^{-2}$.
102) $2^{-7} . 3 . 5^2 7$.
103) $3x = b^2 + 5$.
104) $2^4 \cdot 7b^{-2}$.
105) $5 \cdot 2^{-4}$.
106) $\sqrt{x + 6} = 6$.
107) $5\frac{3}{8} b^3$.
108) $2^4 . 3^2 b^{-3}$.
109) $2^{-3} . 3^2 . 7$.
110) $b + 2^{-2}$.
110a) $\sqrt{x - 4^2} = 3b$.
111) $4x = 6b^3$.
112) $2x = 17b^2$.
113) $\sqrt[3]{216}$
114) $2x = 1\frac{1}{2} b$.
115) $(b + 1) : 6b$.
116) $2^3 \cdot 5 \cdot (2b - 3) \cdot 3^{-2}$.
117) $1 - 5^{-1}$.
118) $1 + 2^{-1}$.
119) $3x = 2^5$.
120) $b^0 : b^0$.
121) Anteil $85b^{-2}$.
122) " $17b^{-2}$.
123) " $4x = 2b - 1$.
124) " b^0.
125) " $4b + 2$.
126) " $x : 5 = 2^3$.
127) " $5^x = 125$.
128) " $(7b + 1) \cdot b^{-2}$.
129) Anteil b.
130) " $\operatorname{tg} 45^0$.
131) " $x : 2 = 2b - 3$.
132) " $4x = 6$.
133) " $3b^{-2}$.
134) " $2b^{-1}$.
135) " $6b^{-2}$.
136) " $6b^{-1}$.
137) " $x\sqrt{9} = b - 3$.
138) " $\sqrt{9}\, b^{-2}$.
139) " $3^2 b^{-1} b^{-1}$.
140) " 3^{-1}.
141) " $4x = b$.
142) " b.
143) " $2 \cdot 3^2 \cdot b^{-2}$.
144) " $3x = 2^2$.
145) Divisor $5b + 1$.
146) " $b + 2$.
147) " $b^2 - b$.
148) " b.
149) $5x = 6b^2$.
150) $\sqrt{x - 1} = b - 3$.
151) $2x = 3b + 1$.
152) $x : (b + 1) = \frac{1}{2} b$.
153) 2^{-1}.
154) $\sqrt{x : 2} = 6$.
155) Cu (chem. Zeichen.)
156) Ag " "
157) II. $\frac{3}{4} b^2$.
158) II. $3^x = 81$.
159) II. $\sqrt{2x} = b$.
160) I. $3b^2$.
161) I. Vol. $4b + 1 + 2^6 b^{-2}$.
162) $\sqrt{x : 2} = \frac{1}{2} b$.
163) $\sqrt{5x} = b$.
164) $4(b + 1) + 8b^{-1}$.
165) $\sqrt{5x} = 2$.
166) III. $x : 5 = 2^3$.
167) $(b + 2) : 1\frac{1}{2} b : \ldots .$
168) $2^3 + 5b^{-2}$.
169) $x + 20^{-1} = 3$.
170) I. $7 \cdot 12b$.
171) I. $\sqrt{x : 2} = 60$.
172) II. b^3.
173) I. $x : 42 = b^2$.

